



בחינת כניסה במתמטיקה

סמסטר קיץ תשפ"ג, לקראת שנת הלימודים תשפ"ד

קורס מספר 506-5-0001

תאריך הבחינה: 27.06.2022

מרצה: אמיר גוריון.

משך הבחינה - 3 שעות (כולל הארכת זמן, אין הארכות זמן נוספות).
בבחינה לא ניתן להשתמש במחשבון, בחומר עזר או בדפי נוסחאות.

הוראות לנבחן:

- בבחינה זו 9 שאלות. משקל כל שאלה, רשום בגוף השאלה.
 - בשאלות 1-7 יש לכתוב תשובות סופיות בלבד על גבי השאלון.
 - בשאלות 8-9 יש להציג פתרון מלא, גם כן על גבי השאלון.
 - חובה להגיע בכל ביטוי מתמטי לצורה הפשוטה ביותר.
 - לרשותכם מחברת המיועדת לפתרון התרגילים. שימו לב – המחברת לא תיבדק*. רק מה שכתוב על גבי השאלון יבדק!
- (* לאחר פרסום הציונים תוכלו לערער ולבקש לבדוק במחברת את דרך הפתרון של שאלות מסוימות.)

בהצלחה!

שאלה 1 – טכניקה אלגברית – 11 נקודות

חשבו את ערכי הביטויים הבאים: (אין להשאיר תשובה עם סימן שורש)

$$\frac{3\frac{1}{3} \cdot 0.3 - \frac{3}{28} \cdot \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{1}{3}}{\left((1.5)^3 - 2\frac{1}{4}\right) : \frac{3}{8}} = \boxed{\frac{1}{7}} \quad \text{א. (5 נק')}$$

$$(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 + \sqrt{\left(\frac{25}{2}\right)^8 \cdot \left(\frac{16}{125}\right)^5 \cdot 2^{-9}} = \boxed{7} \quad \text{ב. (6 נק')}$$

שאלה 2 – משוואות – 19 נקודות

פתרו את המשוואות הבאות:

א. (6 נק') $\sqrt{2x^2 - 5x + 11} = 4x - 5$

$\left(x = \frac{1}{2}\right)$
 $\left(\text{פס}\right)$

$x = 2$

תשובתך:

ב. (7 נק') $\frac{32}{3x+9} - \frac{1}{3}\left(\frac{x+29}{x-3} - 1\right) - x^2 = 7$

$x = \pm 1$

תשובתך:

ג. (6 נק') $\begin{cases} x^2 - 5y^2 = 4 \\ 2x - 5y = 1 \end{cases}$

$(3, 1)$
 $(-7, -3)$

תשובתך:

שאלה 3 – אי שוויונות – 10 נקודות

פתרו את אי השוויונות הבאים:

א. (4 נק') $3(x - 3)^2 + (x - 6)(x + 6) \leq 1$

תשובתך:

$$-\frac{1}{2} \leq x \leq 5$$

ב. (4 נק') $\frac{2+x}{3-2x} \leq \frac{1}{5}$

תשובתך:

$$x \leq -1 \text{ או } x > \frac{3}{2}$$

ג. (2 נק') $\frac{2+x}{3-2x} \leq \frac{1}{5}$ וגם $3(x - 3)^2 + (x - 6)(x + 6) \leq 1$

תשובתך:

$$\frac{3}{2} < x \leq 5$$

שאלה 4 – הנדסה אנליטית – 10 נקודות

הישר BC הוא גרף הפונקציה $y = 6 - x$.

א. (2 נק') מצאו את שעורי הנקודות B, C.

תשובתך:

$$B(6, 0), C(0, 6)$$

ב. (4 נק') שטח המשולש ΔOAB הוא 12 יח"ר.

חשבו את שעורי הנקודה A.

תשובתך:

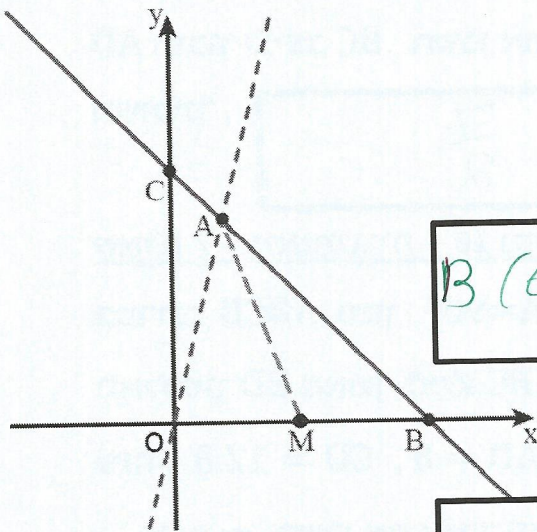
$$A(2, 4)$$

ג. (4 נק') AM תיכון לצלע OB במשולש ΔOAB .

רשמו את משוואת הישר AM.

תשובתך:

$$y = -4x + 12$$

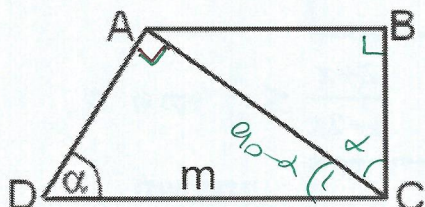


שאלה 5 – טריגונומטריה – 12 נקודות

א. (6 נק') השלימו את הזהות (מצאו את המקדם של $\cos x$ באגף ימין).

$$\tan x \cdot \left(\frac{6 \cos^2 x + 1}{\sin x} - \sin x \right) = \boxed{7} \cdot \cos x$$

ב. (6 נק') בטרפז ישר זווית ABCD



$AC \perp AD$: נתון, $(AB \parallel CD, \angle C = 90^\circ)$

נסמן: $CD = m, \angle ADC = \alpha$. הביעו את

אורך הבסיס AB באמצעות α ו- m .

תשובתך:

$$\boxed{AB = m \sin^2 \alpha}$$

שאלה 6 – גיאומטריה – 6 נקודות

במשולש ישר זווית ABC ($\angle C = 90^\circ$) נתון: $\angle B = 30^\circ, AC = \sqrt{7}$,

AD תיכון לניצב BC. חשבו את אורך התיכון AD.

תשובתך:

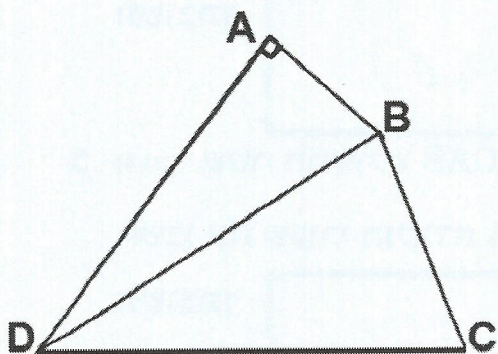
$$\boxed{\frac{7}{2}}$$

שאלה 7 – גיאומטריה – 10 נקודות

במרובע ABCD נתון: $\angle A = 90^\circ$.

האלכסון BD מאונך לצלע BC וחוצה את D.

נתון: $AD = 8, CD = 12.5$.



א. (5 נק') חשבו את אורך האלכסון BD.

תשובתך:

$$\boxed{10}$$

ב. (5 נק') חשבו את שטח המרובע ABCD.

תשובתך:

$$\boxed{61.5}$$

שאלה 8 – טכניקה אלגברית – 10 נקודות

פשוטו את הביטוי הבא. הציגו את שלבי החישוב: (ב)

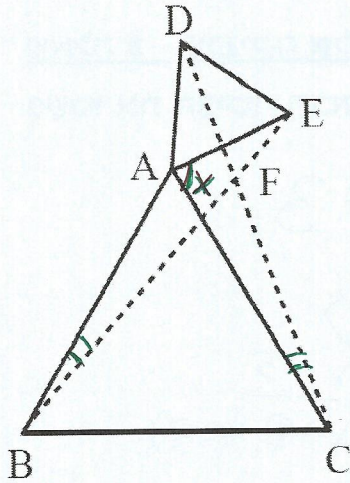
$$\frac{3x+25}{x+9} + \left(\frac{x+7}{x^2+81-18x} + \frac{x+5}{x^2-81} \right) \cdot \left(\frac{9-x}{x+3} \right)^2 = 3$$

$$\begin{aligned} \text{(ב)} \quad \frac{x+7}{x^2-18x+81} + \frac{x+5}{x^2-81} &= \frac{x+7}{(x-9)^2} + \frac{x+5}{(x+9)(x-9)} \\ &= \frac{x^2+9x+7x+63+x^2-9x+5x-45}{(x+9)(x-9)^2} = \frac{2x^2+12x+18}{(x+9)(x-9)^2} \end{aligned}$$

$$\text{(ג)} \quad \frac{2(x^2+6x+9)}{(x+9)(x-9)^2} \cdot \left(\frac{9-x}{x+3} \right)^2 = \frac{2(x+3)^2(x-9)^2}{(x+9)(x-9)^2(x+3)^2} = \frac{2}{x+9}$$

$$\text{(ד)} \quad \frac{3x+25}{x+9} + \frac{2}{x+9} = \frac{3x+27}{x+9} = \frac{3(x+9)}{x+9} = \boxed{3}$$

שאלה 9 – גיאומטריה – 12 נקודות



המשולשים ABC ו- ADE הם משולשים שווים צלעות.

הקטעים CD ו- BE נחתכים בנקודה F.

א. (6 נק') הוכיחו כי $BE = CD$.

ב. (6 נק') חשבו את גודל הזווית $\angle BFC$.

$$\triangle DAC \cong \triangle EAB \quad \text{נ"מ (א)}$$

$$DA = EA \quad (3' \text{ גמט' } 3')$$

$$\angle DAC = \angle DAE + \angle EAC = 60^\circ + x \quad (3' \text{ גמט' } 3')$$

$$\angle EAB = \angle EAC + \angle CAB = 60^\circ + x$$

$$\Rightarrow \angle DAC = \angle EAB$$

$$AC = AB \quad (3' \text{ גמט' } 3')$$

$$\Rightarrow \triangle DAC \cong \triangle EAB \quad (3.5.3')$$

$$\Rightarrow CD = BE \quad (3' \text{ גמט' } 3')$$

$$\angle DCA = \angle EBA = x \quad (3' \text{ גמט' } 3')$$

$$\triangle BFC \rightarrow \text{סכום הזוויות}$$

$$\angle FBC + \angle FCB + \angle BFC = 180^\circ$$

$$60 - x + 60 + x + \angle BFC = 180^\circ$$

$$\boxed{\angle BFC = 60^\circ}$$

R 10 10 10

$$(1) (k) \frac{3^{\frac{1}{3}} \cdot 0,3 - \frac{3}{28} \cdot \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{1}{3}}{(1,5^3 - 2\frac{1}{4}) \cdot \frac{3}{8}} = \frac{\frac{10}{3} \cdot \frac{3}{10} - \frac{3}{28} \cdot \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{1}{3}}{((\frac{3}{2})^3 - \frac{9}{4}) \cdot \frac{8}{3}}$$

$$= \frac{1 - \frac{3}{7} - \frac{1}{7}}{(\frac{27}{8} - \frac{18}{8}) \cdot \frac{8}{3}} = \frac{\frac{3}{7}}{\frac{9}{3}} = \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{9} = \boxed{\frac{1}{7}}$$

$$(2) (a) (\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 + \sqrt{(\frac{25}{2})^8 \cdot (\frac{16}{125})^5 \cdot 2^{-4}} =$$

$$5 - 2\sqrt{10} + 2 + \sqrt{\frac{5^{16}}{2^8} \cdot \frac{2^{20}}{5^{15}} \cdot \frac{1}{2^4}} =$$

$$\cancel{2} - 2\sqrt{10} + \sqrt{5 \cdot 2^3} = \cancel{2} - 2\sqrt{10} + 2\sqrt{10} = \boxed{7}$$

$$(2) (b) \sqrt{2x^2 - 5x + 11} = 4x - 5 \quad \uparrow^2$$

$$2x^2 - 5x + 11 = 16x^2 - 40x + 25$$

$$0 = 14x^2 - 35x + 14 \quad | :7$$

$$0 = 2x^2 - 5x + 2$$

$$\boxed{x=2} \quad \text{ik} \quad \boxed{x=\frac{1}{2}}$$

$$(2) \frac{32}{3x+9} = \frac{1}{3} \left(\frac{x+29}{x-3} - 1 \right) - x^2 = 7$$

$$\boxed{x \neq \pm 3 \text{ für } \frac{1}{3}}$$

$$\frac{32}{3(x+3)} - \frac{32}{3(x-3)} = x^2 + 7$$

$$\cancel{32x} - 96 - \cancel{32x} - 96 = 3x^4 - 27x^2 + 21x^2 - 189$$

$$0 = 3x^4 - 6x^2 + 3 \quad | :3$$

$$0 = x^4 - 2x^2 + 1$$

$$0 = (x^2 - 1)^2$$

$$0 = x^2 - 1$$

$$\boxed{x = \pm 1}$$

$$(2) \begin{cases} x^2 - 5y^2 = 4 \\ 2x - 5y = 1 \Rightarrow x = \frac{5y+1}{2} \end{cases}$$

$$\left(\frac{5y+1}{2}\right)^2 - 5y^2 = 4$$

$$\frac{25y^2 + 10y + 1}{4} - 5y^2 - 4 = 0 \quad | \cdot 4$$

$$25y^2 + 10y + 1 - 20y^2 - 16 = 0$$

$$5y^2 + 10y - 15 = 0 \quad | : 5$$

$$y^2 + 2y - 3 = 0$$

$$\boxed{\begin{matrix} y_1 = 1 & y_2 = -3 \\ x_1 = \frac{5+1}{2} = 3 & x_2 = \frac{-5+1}{2} = -7 \end{matrix}}$$

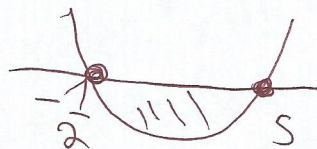
$$(3) (c) \quad 3(x-3)^2 + (x-6)(x+6) \leq 1$$

$$3x^2 - 18x + 27 + x^2 - 36 - 1 \leq 0$$

$$4x^2 - 18x - 10 \leq 0 \quad | : 2$$

$$2x^2 - 9x - 5 \leq 0$$

$$\boxed{-\frac{1}{2} \leq x \leq 5}$$

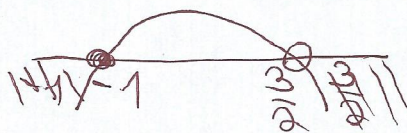


$$(2) \frac{2+x}{3-2x} - \frac{1}{5} \leq 0$$

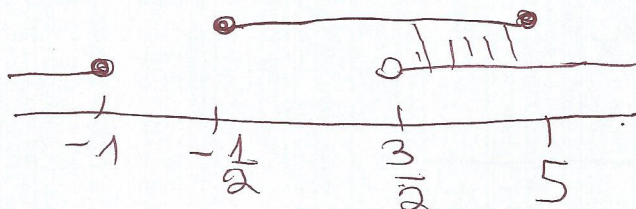
$$\frac{10+5x-3+2x}{5(3-2x)} \leq 0$$

$$\frac{7x+7}{5(3-2x)} \leq 0$$

$$\boxed{x \leq -1 \text{ or } x > \frac{3}{2}}$$



$$(2) \quad \boxed{\frac{3}{2} < x \leq 5}$$



(4) (a) $y = 6 - x$

$x = 0 \Rightarrow y = 6$

$C(0, 6)$

$y = 0 \Rightarrow x = 6$

$B(6, 0)$

(b) $OB = 6$

$S_{OAB} = 12 = \frac{6 \cdot h}{2} \Rightarrow h = y_A = 4$

$y = 4 \Rightarrow 4 = 6 - x \Rightarrow x_A = 2$

$A(2, 4)$

(c) $M(3, 0), A(2, 4)$

$\Rightarrow m_{AM} = \frac{0 - 4}{3 - 2} = -4$

$y - 0 = -4(x - 3)$

$y = -4x + 12$

(5) (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{6 \cos^2 x + 1}{\sin x} - \frac{\sin x}{\cos x} \right) = \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{6 \cos^2 x + 1 - \sin^2 x}{\sin x}$
 $= \frac{6 \cos^2 x + \cos^2 x}{\cos x} = \frac{7 \cos^2 x}{\cos x} = 7 \cos x$

(b)

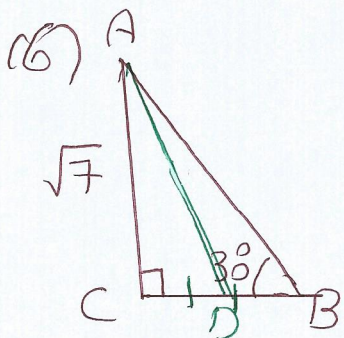
$\sin \alpha = \frac{AC}{m} \Rightarrow AC = m \sin \alpha$

: $\triangle ACD \rightarrow$

$\sin \alpha = \frac{AB}{AC} \Rightarrow$

$AB = m \sin^2 \alpha$

: $\triangle ABC \rightarrow$



$AB = 2\sqrt{7}$ (30° \rightarrow $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$)

: $\triangle ABC$ \rightarrow $\sin \alpha = \frac{AB}{AC}$

$BC^2 + \sqrt{7}^2 = (2\sqrt{7})^2$

$BC^2 = 21, \Rightarrow BC = \sqrt{21} \Rightarrow CD = \frac{\sqrt{21}}{2}$

: $\triangle ADC$ \rightarrow $\sin \alpha = \frac{CD}{AD}$

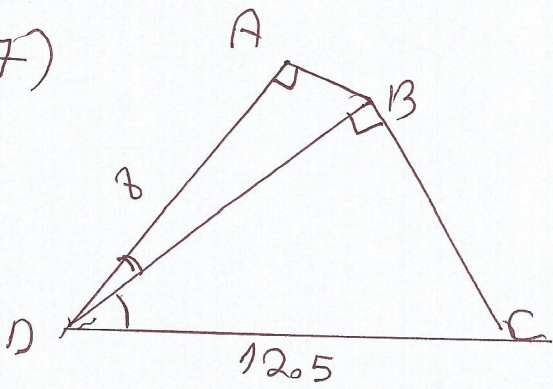
$(\sqrt{7})^2 + \left(\frac{\sqrt{21}}{2}\right)^2 = AD^2$

$7 + \frac{21}{4} = AD^2$

$\frac{49}{4} = AD^2$

$\frac{7}{2} = AD$

(7)



$$\triangle ABC \sim \triangle BCD$$

$$\frac{AB}{BD} = \frac{BD}{CD}$$

$$\Rightarrow BD^2 = AB \cdot CD = 8 \cdot 12.5 = 100$$

$$\boxed{BD = 10}$$

$$8^2 + AB^2 = 10^2 \Rightarrow AB = 6$$

! $\triangle ABD \rightarrow$ ၀၇၂၂၁၀

$$10^2 + BC^2 = 12.5^2 \Rightarrow BC = 7.5$$

! $\triangle BCD \rightarrow$ ၀၇၂၂၁၀

$$\Rightarrow S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{BCD} = \frac{8 \cdot 6}{2} + \frac{10 \cdot 7.5}{2} = 61.5$$