יסודות המימון

ערכת זרמי מזומנים

ערכת זרמי מזומנים

- מקרים כלליים
- מקרים מיוחדים :
  - אנונה (**Annuity**)
  - אנונה עם קצב צמיחה קבוע (**Constant Growth Annuity**)
  - זרם אינסופי של תשלומים זהים (**Perpetuity**)
  - זרם אינסופי צומח בקצב קבוע (**Constant Growth Perpetuity**)

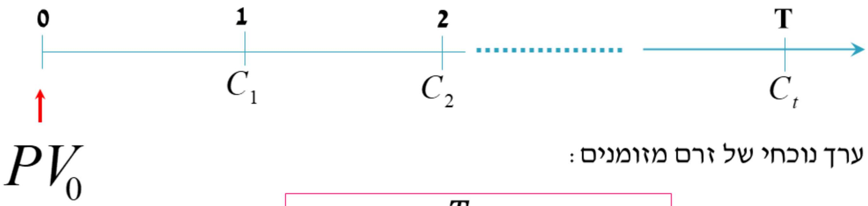
2

הערכת זרמי מזומנים

- PV של זרם הוא סכום ה- PV של מרכיביו.
- FV של זרם הוא סכום ה- FV של מרכיביו.

3

הערכת זרמי מזומנים
ערך נוכחי Present Value (PV)



חישוב ערך נוכחי של זרם מזומנים :

$$PV_0 = \sum_{t=0}^{T} \frac{C_t}{(1+r)^t}$$

כאשר :

- PV - הערך הנוכחי
- C - תקבול/תשלום בסוף כל תקופה
- r - ריבית לתקופה
- T - מספר התקופות

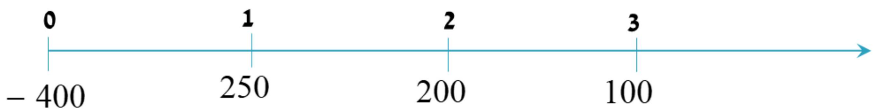
4

הערכת זרמי מזומנים – דוגמא 1

$$PV_0 = \sum_{t=0}^{T} \frac{C_t}{(1+r)^t}$$

מה הערך הנוכחי של הזרם הבא ?

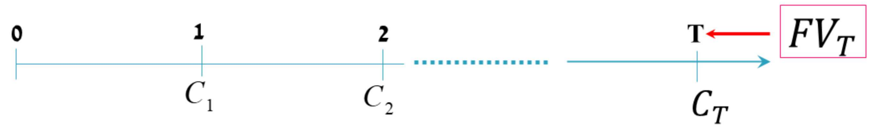
בהנחה שריבית ליחידת תקופה היא 7% .



$$PV(0) = -400 + \frac{250}{(1+0.07)^1} + \frac{200}{(1+0.07)^2} + \frac{100}{(1+0.07)^3} \approx 90$$

5

הערכת זרמי מזומנים
ערך עתידי Future Value (FV)



- חישוב ערך עתידי של זרם מזומנים :

$$FV_T = \sum_{t=0}^{T} C_t(1+r)^{T-t}$$

כאשר:

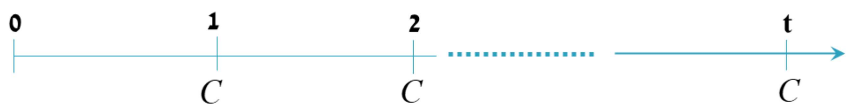
- FV – הערך העתידי
- C - תקבול/תשלום בסוף כל תקופה
- r - ריבית לתקופה
- T - מספר התקופות

הערכת זרמי מזומנים – מקרים מיוחדים

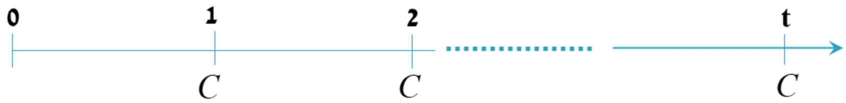
- אנונה (**Annuity**)
- אנונה עם קצב צמיחה קבוע (**Constant Growth Annuity**)
- זרם אינסופי (**Perpetuity**)
- זרם אינסופי צומח בקצב קבוע (**Constant Growth Perpetuity**)

הערכת זרמי מזומנים – מקרים מיוחדים
אנונה (Annuity)

- **אנונה (Annuity)** - סדרה סופית של תשלומים זהים משולמים בתדירות קבועה



הערכת זרמי מזומנים – מקרים מיוחדים
אנונה (Annuity) – ערך נוכחי



$$PV = \frac{C}{r}\cdot\left(1-\frac{1}{(1+r)^t}\right)$$

כאשר:

- PV - הערך הנוכחי
- C - תקבול/תשלום **<u>בסוף כל תקופה</u>**
- r - ריבית לתקופה
- t - מספר התקופות

מקדם החזר הון (לחישוב סכום מחזורי C בהינתן הערך הנוכחי PV):

$$C = PV \cdot\frac{r\cdot(1+r)^t}{(1+r)^t-1}$$

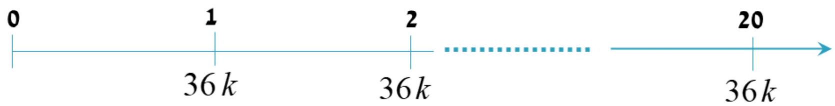
11

$$PV = \frac{C}{r} \cdot \left(1 - \frac{1}{(1+r)^t}\right)$$

הערכת זרמי מזומנים – מקרים מיוחדים
אנונה (Annuity) – ערך נוכחי – דוגמא

ג׳ון מעוניין לקחת משכנתא לתקופה של 20 שנה בריבית 12% לשנה. יכולת ההחזר השנתית של ג׳ון הינה 36,000$ (בסוף של כל שנה). מהו הסכום המקסימלי אותו יהיה הבנק מוכן להלוות לג׳ון.

<u>פתרון:</u>



$$PV = \frac{C}{r} \cdot \left(1 - \frac{1}{(1+r)^t}\right) = \frac{36{,}000}{0.12} \cdot \left(1 - \frac{1}{(1+0.12)^{20}}\right) = 268{,}899.97$$

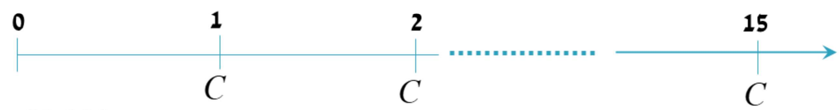
12

הערכת זרמי מזומנים – מקרים מיוחדים
אנונה (Annuity) – ערך נוכחי – **דוגמא**

$$\boxed{C = PV \cdot \frac{r\cdot(1+r)^t}{(1+r)^t-1}}$$

חשב את התשלום השנתי (בסוף כל שנה) שיש להחזיר לבנק תמורת הלוואה בסך של 50,000 ש״ח בריבית שנתית בשיעור של 8% לתקופה של 15 שנה.

פתרון:

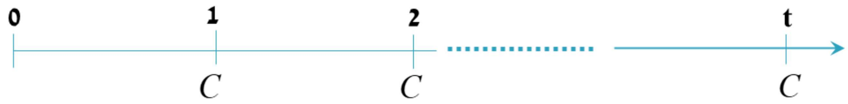


$PV = 50{,}000$

$$C = PV \cdot \frac{r\cdot(1+r)^t}{(1+r)^t-1} = 50{,}000 \cdot \frac{0.08\cdot(1+0.08)^{15}}{(1+0.08)^{15}-1} = 5{,}841.48$$

13

הערכת זרמי מזומנים – מקרים מיוחדים
אנונה (Annuity) – ערך עתידי



$$FV_t = C\left(\frac{(1+r)^t - 1}{r}\right)$$

כאשר:

- FV - הערך העתידי
- C - תקבול/תשלום **בסוף כל תקופה**
- r - ריבית לתקופה
- t - מספר התקופות

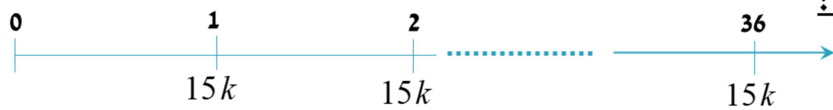
14

$$FV_t = C\left(\frac{(1+r)^t-1}{r}\right)$$

הערכת זרמי מזומנים – מקרים מיוחדים
אנונה (Annuity) – ערך עתידי – **דוגמא**

מהו הסכום שיעמוד לרשותנו בעוד 36 שנים אם נחסוך 15,000 $ בסוף כל שנה בריבית שנתית של 0.5%?

פתרון:



$FV = 590{,}041$

$$FV_{36} = C\cdot\left(\frac{(1+r)^t-1}{r}\right) = 15{,}000\cdot\left(\frac{(1+0.005)^{36}-1}{0.005}\right) = 590{,}041$$

15

הערכת זרמי מזומנים – מקרים מיוחדים
מועדי תשלומים וערך נוכחי/עתידי

תשלומים/תקבולים בסוף כל תקופה

תשלומים/תקבולים בתחילת כל תקופה

16

הערכת זרמי מזומנים – מקרים מיוחדים
אנונה (Annuity) – ערך נוכחי – דוגמא

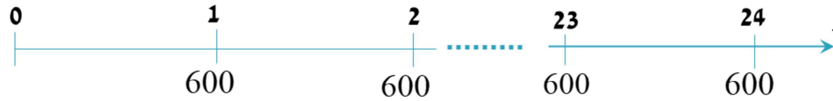
$$PV = \frac{C}{r}\cdot\left(1-\frac{1}{(1+r)^t}\right)$$

מר רובינזון הפקיד בתוכנית חיסכון 600 $ אחת לחודש במשך תקופה של 24 חודשים. הריבית הניתנת בתוכנית זו היא 1% לחודש. מהו ערך נוכחי של החיסכון אם ההפקדה הראשונה בוצעה

א) חודש לאחר פתיחת התוכנית **ב)** ביום פתיחת התוכנית ?

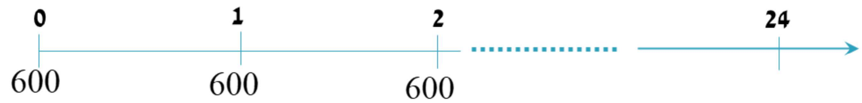
<u>פתרון:</u>

א)



$$PV = \frac{C}{r}\cdot\left(1-\frac{1}{(1+r)^t}\right) = \frac{600}{0.01}\cdot\left(1-\frac{1}{(1+0.01)^{24}}\right) = 12,746.03$$

ב)

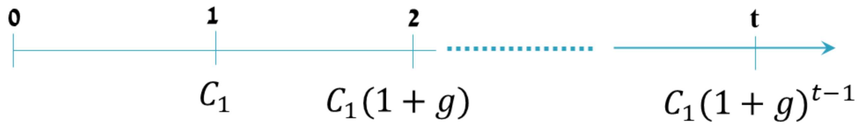


$$PV = \frac{C}{r}\cdot\left(1-\frac{1}{(1+r)^t}\right)\cdot(1+r) = \frac{600}{0.01}\cdot\left(1-\frac{1}{(1+0.01)^{24}}\right)\cdot(1+0.01) = 12,873.49$$

17

הערכת זרמי מזומנים – מקרים מיוחדים
אנונה עם צמיחה קבועה (Constant-Growth Annuity)

- סדרה סופית של תשלומים צומחים בקצב קבוע (כולל קצב צמיחה שלילי)



18

הערכת זרמי מזומנים – מקרים מיוחדים
אנונה עם צמיחה קבועה (Constant-Growth Annuity)
ערך נוכחי

0 1 2 ... t

C_1 $\quad C_1(1+g)$ $\quad C_1(1+g)^{t-1}$

$$\boxed{PV_0 = \frac{C_1}{(r-g)}\left(1-\left(\frac{1+g}{1+r}\right)^t\right)}$$

כאשר :

- PV – הערך הנוכחי
- C_1 – תקבול/תשלום **<u>בסוף התקופה הראשונה</u>**
- g – שיעור הצמיחה הקבוע
- r – ריבית לתקופה
- t – מספר התקופות

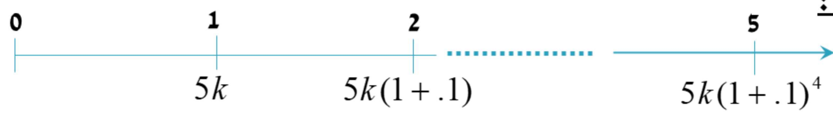
19

$$PV_0 = \frac{C_1}{(r-g)}\left(1-\left(\frac{1+g}{1+r}\right)^t\right)$$

הערכת זרמי מזומנים – מקרים מיוחדים
אנונה עם צמיחה קבועה – ערך נוכחי - **דוגמא**

מהו הערך הנוכחי של תזרים הצומח בקצב קבוע של 10% לשנה אם התזרים בשנה הראשונה הוא 5,000 ש״ח, שיעור ההיוון הוא 5% לשנה והתזרים יתקבל בסוף כל שנה לחמש שנים?

<u>פתרון:</u>



$$PV = \frac{C_1}{(r-g)}\cdot\left(1-\left(\frac{1+g}{1+r}\right)^t\right) = \frac{5{,}000}{(0.05-0.1)}\cdot\left(1-\left(\frac{1+0.1}{1+0.05}\right)^5\right) = 26{,}187.67$$

20

הערכת זרמי מזומנים – מקרים מיוחדים
אנונה עם צמיחה קבועה (Constant-Growth Annuity)
ערך עתידי

0	1	2	......	t
	C_1	$C_1(1+g)$		$C_1(1+g)^{t-1}$

$$\boxed{FV_t = \frac{(1+r)^t \cdot C_1}{(r-g)}\left(1-\left(\frac{1+g}{1+r}\right)^t\right)}$$

כאשר:

- FV – הערך העתידי
- C_1 – תקבול/תשלום **<u>בסוף התקופה הראשונה</u>**
- g – שיעור הצמיחה הקבוע
- r – ריבית לתקופה
- t – מספר התקופות

21

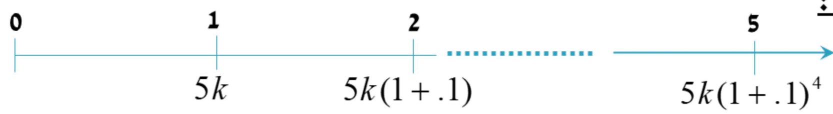
$$FV_t = \frac{(1+r)^t \cdot C_1}{(r-g)}\left(1-\left(\frac{1+g}{1+r}\right)^t\right)$$

הערכת זרמי מזומנים – מקרים מיוחדים

אנונה עם צמיחה קבועה – ערך עתידי - דוגמא

מהו הערך העתידי של תזרים הצומח בקצב קבוע של 10% לשנה אם התזרים בשנה הראשונה הוא 5,000 ש״ח, שיעור הריבית הוא 5% לשנה והתזרים יתקבל בסוף כל שנה לחמש שנים?

<u>פתרון:</u>



$$FV_5 = \frac{(1+r)^t \cdot C_1}{r-g} \cdot \left(1-\left(\frac{1+g}{1+r}\right)^t\right) = \frac{(1+0.05)^5 \cdot 5{,}000}{0.05-0.1} \cdot \left(1-\left(\frac{1+0.1}{1+0.05}\right)^5\right) = 33{,}422.84$$

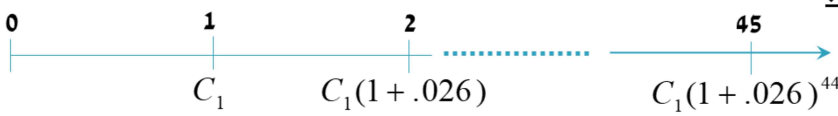
$$FV_t = \frac{(1+r)^t \cdot C_1}{(r-g)}\left(1-\left(\frac{1+g}{1+r}\right)^t\right)$$

הערכת זרמי מזומנים – מקרים מיוחדים

אנונה עם צמיחה קבועה – ערך עתידי – דוגמא

סטיבן (בן 20) מעוניין לחסוך סכום שנתי קבוע אחת לשנה, החל מהיום ועד לגיל 65. הפקדה לחיסכון צפויה לצמוח בשיעור של 2.6%. מהו הסכום של ההפקדה הראשונה שעל סטיבן להפריש (בסוף שנה ראשונה) כך שלאחר 45 שנים ייצבר לזכותו 730,500 $ בתוכנית חיסכון בהנחה ששער הריבית הינו 4.2% לשנה?

<u>פתרון:</u>



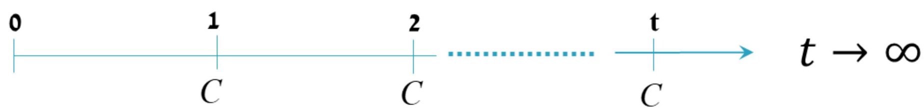
$$FV_{45} = \frac{(1+r)^t \cdot C_1}{r-g}\cdot\left(1-\left(\frac{1+g}{1+r}\right)^t\right) \Rightarrow C_1 = \frac{FV\cdot(r-g)}{(1+r)^t}\cdot\frac{1}{\left(1-\left(\frac{1+g}{1+r}\right)^t\right)}$$

$$\Rightarrow C_1 = \frac{730{,}500\cdot(0.042-0.026)}{(1+0.042)^{45}}\cdot\frac{1}{\left(1-\left(\frac{1+0.026}{1+0.042}\right)^{45}\right)} = 3{,}658.82$$

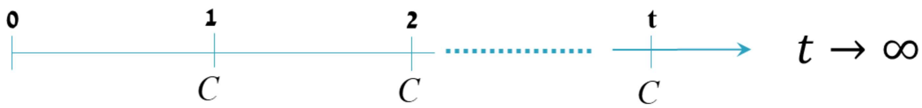
23

הערכת זרמי מזומנים – מקרים מיוחדים
זרם אינסופי של תשלומים זהים (Perpetuity)

- **(Perpetuity)** זרם אינסופי של תשלומים זהים עם תדירות תשלומים קבועה.



הערכת זרמי מזומנים – מקרים מיוחדים
זרם אינסופי של תשלומים זהים (Perpetuity) – ערך נוכחי



$$\boxed{PV = \frac{C}{r}}$$

כאשר:

- PV – הערך הנוכחי
- C – תקבול/תשלום **<u>בסוף כל תקופה</u>**
- r – ריבית לתקופה

הערכת זרמי מזומנים – מקרים מיוחדים
זרם אינסופי של תשלומים זהים
(Perpetuity) – ערך נוכחי - **דוגמא**

$$PV = \frac{C}{r}$$

אם שיעור הריבית הוא 0.83% לחודש, מהו הערך הנוכחי של זרם אינסופי של תשלומים קבועים של 100 ש״ח המשולמים אחת לחודש (בסוף כל חודש)?

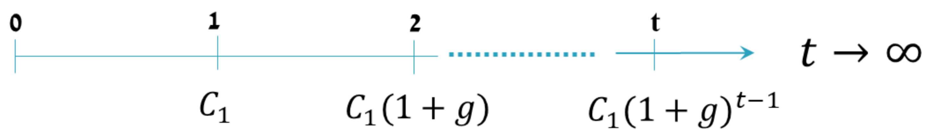
פתרון:

$$PV = \frac{C}{r} = \frac{100}{0.0083} = 12{,}000$$

26

הערכת זרמי מזומנים – מקרים מיוחדים
זרם אינסופי צומח בשיעור קבוע (Constant Growth Perpetuity)

- זרם אינסופי צומח **(Constant Growth Perpetuity)** בשיעור קבוע (כולל צמיחה שלילית) עם תדירות תשלומים קבועה.



27

הערכת זרמי מזומנים – מקרים מיוחדים
זרם אינסופי צומח בשיעור קבוע – ערך נוכחי

0 1 2 t

C_1 $\quad C_1(1+g)$ $\quad C_1(1+g)^{t-1}$ $\quad t \to \infty$

$$\boxed{PV_0 = \frac{C_1}{r-g}}$$

כאשר:

- PV – הערך הנוכחי
- C_1 – תקבול/תשלום **<u>בסוף התקופה הראשונה</u>**
- g – שיעור הצמיחה הקבוע
- r – ריבית לתקופה

28

$$PV_0 = \frac{C_1}{r-g}$$

הערכת זרמי מזומנים – מקרים מיוחדים
זרם אינסופי צומח בשיעור קבוע – ערך נוכחי – **דוגמא**

מהו הערך הנוכחי של תזרים אינסופי הצומח בקצב קבוע של 5% לשנה אם התזרים בסוף השנה הראשונה הוא 5,000 ש״ח, ושיעור ההיוון הוא 10% לשנה?

פתרון:

0	1	2	...	t	$t \to \infty$
	$5{,}000$	$5{,}000(1+.05)$		$5{,}000(1+.05)^{t-1}$	

$$PV = \frac{C_1}{(r-g)} = \frac{5{,}000}{(0.1-0.05)} = 100{,}000$$

29

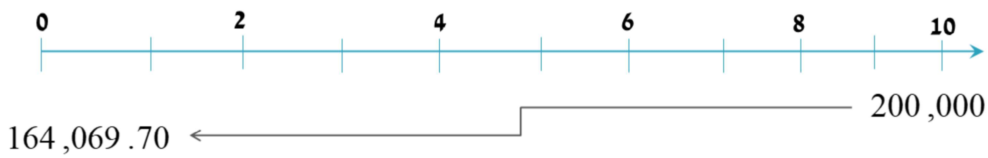
נספחים

30

הערכת זרמי מזומנים
ערך נוכחי - **דוגמא**

ארתור מעוניין לקנות בית בלאס וגאס בשווי של 200,000 דולר, בעוד 10 שנים. מהו הסכום שעליו להשקיע היום בתוכנית חיסכון הנושאת ריבית בשיעור 2% לשנה, כדי לצבור את הסכום הדרוש לקניית הבית?

<u>פתרון:</u>



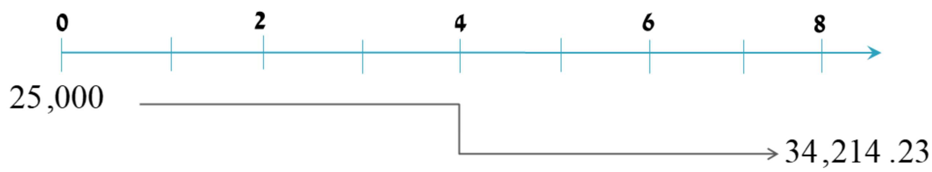
$$PV = \frac{FV}{(1+r)^t} = \frac{200{,}000}{(1+0.02)^{10}} = 164{,}069.70$$

הערכת זרמי מזומנים

ערך עתידי - **דוגמא**

פיטר הפקיד 25,000 ש״ח בתוכנית חסכון למשך 8 שנים בריבית בשיעור 4% לשנה. מהו הסכום שהצטבר בחשבון של פיטר בתום התקופה?

<u>פתרון:</u>



$$FV = PV \cdot (1+r)^t = 25{,}000 \cdot (1+0.04)^8 = 34{,}214.23$$

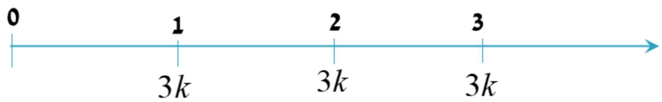
32

$$FV_t = C\left(\frac{(1+r)^t-1}{r}\right)$$

הערכת זרמי מזומנים – מקרים מיוחדים
אנונה (Annuity) – ערך עתידי – דוגמא

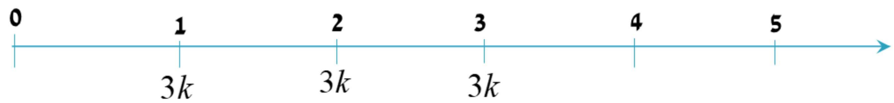
אם נפקיד 3,000 $ בעוד שנה, שנתיים ושלוש בחשבון נושא ריבית 6% לשנה.
א) כמה כסף יצטבר לזכותנו בעוד שלוש שנים (מיד לאחר ההפקדה האחרונה)?
ב) כמה כסף יצטבר לזכותנו בעוד 5 שנים?

<u>פתרון:</u>
א)



$$FV(t=3) = C\cdot\left(\frac{(1+r)^t-1}{r}\right) = 3{,}000\cdot\left(\frac{(1+0.06)^3-1}{0.06}\right) = 9{,}551$$

ב)



$$FV(t=5) = FV(t=3)\cdot(1+r)^{5-3} = 9{,}551\cdot(1+0.06)^2 = 10{,}732$$

33

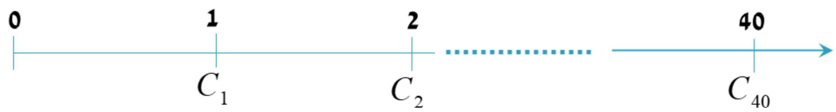
$$FV_t = C\left(\frac{(1+r)^t - 1}{r}\right)$$

הערכת זרמי מזומנים – מקרים מיוחדים
אנונה (Annuity) – ערך עתידי – דוגמא

רון מעונין להבטיח לעצמו 400,000 ש״ח כאשר יפרוש לפנסיה 40 שנה מעכשיו. רון מעוניין להפקיד 40 הפקדות שנתיות שוות בריבית שנתית בשיעור של 6%. מהו סכום ההפקדה אם הפקדה הראשונה תתבצע **א)** שנה מעכשיו **ב)** עכשיו?

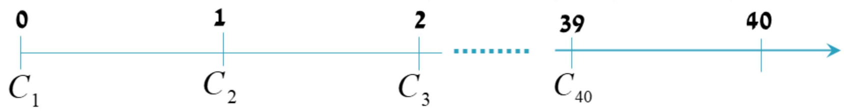
__פתרון:__

א)



$$FV = C\cdot\left(\frac{(1+r)^t - 1}{r}\right) \Rightarrow C = \frac{FV}{\left(\frac{(1+r)^t - 1}{r}\right)} = \frac{400{,}000}{\left(\frac{1.06^{40} - 1}{0.06}\right)} = 2{,}585$$

ב)



$$FV = C\cdot\left(\frac{(1+r)^t - 1}{r}\right)\cdot(1+r) \Rightarrow C = \frac{FV}{(1+r)\cdot\left(\frac{(1+r)^t - 1}{r}\right)} = \frac{400{,}000}{1.06\cdot\left(\frac{1.06^{40} - 1}{0.06}\right)} = 2{,}439$$

34