אוניברסיטת בן-גוריון בנגב
Ben-Gurion University of the Negev

תאריך הבחינה: 04-04-2019
שם המרצה: דר׳ יגאל טור
מספר קורס: 681-1-1101
שם הקורס: שיטות כמותיות 1
עבור: **המחלקה לניהול – שנה א׳**
שנה: תשע״ט, סמסטר: א׳ מועד: ג׳
משך הבחינה: __**3 שעות**___
חומר עזר: מותר

הוראות לנבחן:

- **יש לענות על 10 שאלות מתוך 12 השאלות במבחן.**
- **השאלות שוות ניקוד בערכן – אם ישנם מספר סעיפים – ערכם שווה.**
- **אין לענות על יותר מעשר שאלות.**

בהצלחה!

שאלה 1: (10 נק׳)

הנגזרת של פונקציה היא $f'(x)=3x^2-12x+9$.

ערך הפונקציה בנקודת המקסימום שלה הוא $y=32$.

א) מצא את ערך הפונקציה (y) בנקודת המינימום.
ב) מצא את ערך הפונקציה בנקודת הפיתול.
ג) רשום את תחומי הקמירות והקעירות של הפונקציה.

שאלה 2: (10 נק׳)

נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{e^{2x^2}}{x}$.

א) רשום את תחום ההגדרה של הפונקציה.
ב) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה ואת סוגן.
ג) נתון הישר $y=k$. רשום עבור איזה ערכים של k אין נקודות חיתוך משותפות לישר $y=k$ ולגרף הפונקציה.

שאלה 3: (10 נק׳)

לפונקציה $f(x)=ax^2-4x+3\ln(x)$ **יש נקודת קיצון** $x=3$.

א) מצא את ערכו של הפרמטר a.
ב) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
ג) מצא את שעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.

טל. 08-461761 פקס. 08-6472908
ת.ד. 653 באר-שבע 84105 miriwiz@bgu.ac.il

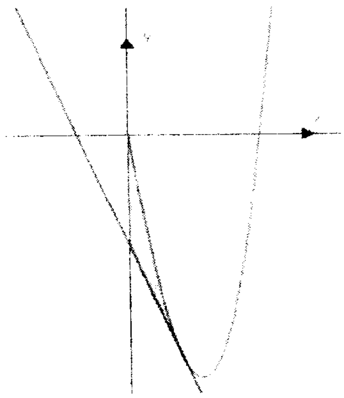
אוניברסיטת בן-גוריון בנגב
Ben-Gurion University of the Negev

<u>שאלה 4</u>: (10 נק')

א) הנגזרת של הפונקציה היא $f'(x) = 4x + 5$. גרף הפונקציה חותך את ציר x בנקודה $x = 2$. מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר y .

ב) הנגזרת של פונקציה היא $f'(x) = 9x - 2$. ערך הפונקציה בנקודה $x = 2$ הוא 28 . מצא את ערך הפונקציה בנקודה $x = 6$.

<u>שאלה 5</u>: (10 נק')



לפניך גרף הפונקציה $f(x) = 2x^2\sqrt{x} - 8x$.

בנקודה A, שבה $x = 1$ מעבירים לגרף (ר. ציור).

א) מצא את משוואת המשיק .

ב) חשב את השטח, המוגבל ע"י גרף הפונקציה, המשיק וציר y .

<u>שאלה 6</u>: (10 נק')

חברת תיירות מציעה חבילת נופש לוועד עובדים של מפעל גדול.
לקבוצה של 30 מטיילים המחיר הוא 2000 ₪ לכל מטייל.
על כל מטייל נוסף המצטרף לקבוצה החברה מוזילה
את המחיר לכל מטייל (כולל ה 30 הראשונים) ב- 50 ₪ לכל אחד.
לרשות הקבוצה אוטובוס שבו 50 מקומות.
יש למצוא את הרווח המקסימלי (ברוטו) של החברה.

טל. 08-461761 פקס. 08-6472906
ת.ד. 653 באר-שבע 84105 miriwiz@bgu.ac.il

<u>שאלה 7</u>: (10 נק')

א) הוכח שהפונקציה $f(x)=x^3+4x-5$ עולה לכל x.

ב) חשב את $f(1)$ ומצא לפי התוצאה של סעיף א' לאיזה ערכים של x הפונקציה $f(x)$ היא חיובית ולאילו ערכי x היא שלילית.

ג) מצא בעזרת סעיפים א' ו- ב' את נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)=\frac{x^4}{4}+2x^2-5x+3$ וקבע אם היא מינימום או מקסימום.

ד) הסבר מדוע לפונקציה $g(x)$ אין נקודות קיצון נוספות.

<u>שאלה 8</u>: (10 נק')

אוכלוסייה מכפילה את עצמה במשך 20 שנה.

א) באיזה % גדלה האוכלוסייה בכל שנה?

ב) במשך כמה שנים גדלה האוכלוסייה פי 3 ?

<u>שאלה 9</u>: (10 נק')

א) נתונים שני הווקטורים $u=(x^2,x,4x,2)$ ו- $v=(x,-12x,9,5)$. מצא את ערך הפונקציה המתקבלת על ידי המכפלה הסקלרית $u\bullet v$ בנקודת הפיתול שלה.

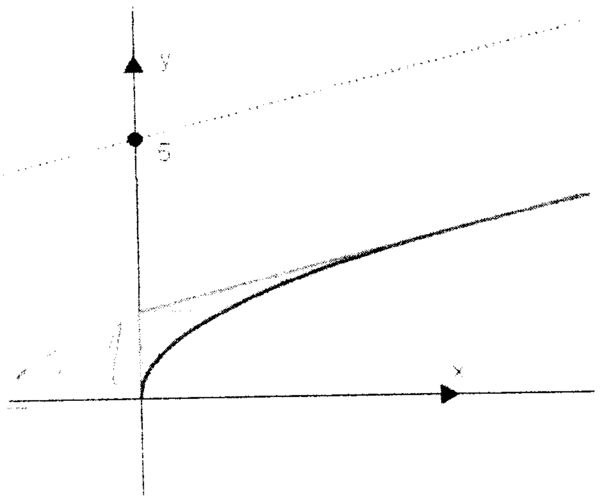
ב) נתונה המטריצה $A=\begin{pmatrix}2 & -1 & 5\\ 3 & -4 & 6\end{pmatrix}$. חשב את המכפלות $A\bullet A^t$ ו- $A^t\bullet A$ והסבר מדוע הן אינן שוות.

<u>שאלה 10</u>: (10 נק')

א) חשב את שלושת הנגזרות החלקיות מסדר ראשון של הפונקציה $W(x,y,z)=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ בנקודה (12:-3:-4).

ב) נתונה הפונקציה $z=\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$. מצא את שלושת הנגזרות החלקיות מסדר ראשון של הפונקציה בנקודה (3:5).

טל. 06-461761 פקס. 08-6472908
ת.ד. 653 באר-שבע 84105 miriwiz@bgu.ac.il



<u>שאלה 11</u>: (10 נק')

נתונה הפונקציה $y=\sqrt{x}$.

א) מצא את נקודת המגע של משיק לעקומה זו, אשר מקביל לישר $y=\frac{1}{4}x+5$.

ב) חשב את השטח המוגבל במשיק זה, בגרף הפונקציה ובציר x. (ר. ציור)

<u>שאלה 12</u>: (10 נק')

א) הראה כי הפונקציה $f(x)=e^{\frac{1}{x}}$ יורדת בכל x שבו היא מוגדרת ומה **** הגרף בנקודת אי ההגדרה?

ב) נגזרת הפונקציה היא $f'(x)=3x^2-18x+24$. ערך הפונקציה בנקודת המינימום שלה הוא 10. מצא את ערך הפונקציה בנקודת המקסימום.

בהצלחה!

טל. 08-461761 פקס. 08-6472908
ת.ד. 653 באר-שבע 84105 miriwiz@bgu.ac.il

פיתרון המבחן מועד מיוחד

4/4/19

שאלה ① א

$f'(x)=3x^2-12x+9$

$x_1=1 \quad x_2=3$

$y_{max}=32$

$f''(x)=6x-12 \quad f''(1)=-6 \quad f''(3)=6$

$max(1;32)$

$f(x)=\int(3x^2-12x+9)dx= x^3-6x^2+9x+C$

$f(1)=1-6+9+C=32 \quad C=28$

$f(x)=x^3-6x^2+9x+28 \quad f(3)=27-54+27+28$

$f(3)=28$ (min)

ב $f''(x)=0 \quad x=2 \quad P(2;30)$

ג. עולה מ קמורה $6x-12>0$ $x>2$ עולה מ קעורה $x<2$.

שאלה ② א

תחום $x\neq 0$

$f(x)=\frac{e^{2x^2}}{x}$

$y'=\frac{4x^2e^{2x^2}-e^{2x^2}}{x^2}=\frac{e^{2x^2}(4x^2-1)}{x^2}=0$

$4x^2=1 \quad x^2=\frac{1}{4} \quad x=\pm\frac{1}{2}$

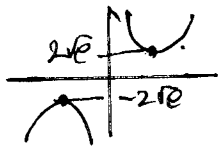
ב $y''=0x \quad f''(\frac{1}{2})>0 \quad f''(-\frac{1}{2})<0$

$max(-\frac{1}{2};-2\sqrt{e}) \quad min(\frac{1}{2};2\sqrt{e})$

ג. הגרף [illegible]

(לא חובה לשרטט)

$-2\sqrt{e}<k<2\sqrt{e}$



שאלה ③ א

$f(x)=ax^2-4x+3\ln x$

$f'(3)=0 \quad f'(x)=2ax-4+\frac{3}{x}$

$f'(3)=6a-4+1$

$a=\frac{1}{2}$

ב. תחום: $x>0$.

ג

$f(x)=\frac{1}{2}x^2-4x+3\ln x$

$f'(x)=x-4+\frac{3}{x}=0 \quad x^2-4x+3=0$

$x_1=1 \quad x_2=3$

$y''=1-\frac{3}{x^2} \quad f''(1)=-2 \quad f''(3)=\frac{2}{3}$

$max(1;-\frac{7}{2}) \quad min(3;-4.2)$

שאלה ④ א.

$f'(x)=4x+5$ $\quad f(x)=\int(4x+5)dx=2x^2+5x+C$

$f(2)=0$ $\quad 8+10+C=0$ $\quad C=-18$

$f(x)=2x^2+5x-18$

$\underline{(0;-18)}$

ב.

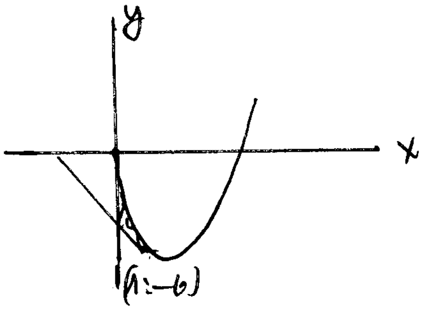
$f'(x)=9x-2$ $\quad f(x)=\frac{9x^2}{2}-2x+C$ $\quad f(2)=18-4+C=28$

$C=14$

$f(x)=\frac{9}{2}x^2-2x+14$

$f(6)=162-12+14=\underline{164}$

שאלה ⑤ א.



$y=2x^{\frac{5}{2}}-8x$

$x_1=1$ $\quad y_1=-6$ $\quad y'=5x^{\frac{3}{2}}-8$

$m=5-8=-3$

$y+6=-3(x-1)$ משוואת המשיק

$\underline{y=-3x-3}$

ב.

$S=\int_0^1(2x^{\frac{5}{2}}-5x+3)dx=\frac{2x^{\frac{7}{2}}}{\frac{7}{2}}-\frac{5x^2}{2}+3x\Big|_0^1$

$=\frac{4}{7}-\frac{5}{2}+3=\underline{\frac{15}{14}}$

שאלה ⑥ א.

$z=(30+x)(2000-50x)$

$z=60000+500x-50x^2$

$z'=500-100x=0$ $\quad x=5.$

משתתפים 35 משתתפים.

הכנסה

$35\times1750=61{,}250$ ש״ח.

שאלה ⑦ א.

$f(x)=x^3+4x-5$

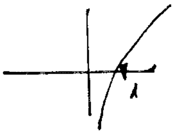
$f'(x)=3x^2+4>0$ לכל x.

$f(1)=0$

ב.

אם $x>1$ $\quad f(x)>0$.

אם $x<1$ $\quad f(x)<0$



לא קיים מקסימום כסעיף א

ג.

$g(x)=\frac{x^4}{4}+2x^2-5x+3$ $\quad g'(x)=x^3+4x^2-5>0$ $\quad \underline{g'(x)=f(x)}$

$min(1;\frac{1}{4})$ $\quad g''(x)>0$ $\quad f(1)=g'(1)=0$ אם

ג. כי אם המספר עולה לכל x היא משיקה רק 0

(אולם אם טכם) רק בנקודה אחת קלפה.

שאלה ⑧ .א

$2A_0 = A_0 q^{20}$ $q = \sqrt[20]{2} = 1.0352$

$p = 3.52\%$

ב

$3A_0 = A_0 \cdot 1.0352^x$ $x = \frac{\ln 3}{\ln 1.0352} = 31.756$ שנה

שאלה ⑨ א

$u \cdot v = x^3 - 12x^2 + 36x + 10$

$(u\cdot v)' = 3x^2 - 24x + 36$

$(u \cdot v)'' = 6x - 24 = 0$ $x = 4$

$u \cdot v = 64 - 192 + 144 + 10 = \underline{26}$

ב

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 3 & -4 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 & -14 & 28 \\ -14 & 17 & -29 \\ 28 & -29 & 61 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 3 & -4 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 & 41 \\ 41 & 61 \end{pmatrix}$$

אי שלא [illegible]

שאלה ⑩ א

$W = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ $W'_x = \frac{2x}{2\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$ $W'_y = \frac{2y}{2\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$

$W'_z = \frac{2z}{2\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$

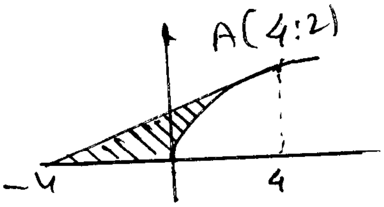
$W'_x\Big|_{12;-3;-4} = \frac{2}{13}$ $W'_y\Big|_{12;-3;-4} = \frac{-3}{13}$ $W'_z\Big|_{12;-3;-4} = \frac{-4}{13}$

ב

$z = \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$ $z'_x = \frac{2x(x^2+y^2) - 2x(x^2-y^2)}{(x^2+y^2)^2} = \frac{4xy^2}{(x^2+y^2)^2}\Big|_{3;6} = \frac{300}{1156}$

$z'_y = \frac{-2y(x^2+y^2) - 2y(x^2-y^2)}{(x^2+y^2)^2} = \frac{-4yx^2}{(x^2+y^2)^2} = \frac{-180}{1156}$

שאלה ⑪ א



$y = \sqrt{x}$

$\frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{4}$

$\underline{A(4:2)}$ $\underline{x = 4}$

ב. השטח המבוקש

$y - 2 = \frac{1}{4}(x-4) \Rightarrow y = \frac{1}{4}x + 1$

$\frac{1}{4}x = -1$

$x = -4$

[illegible] x

$\int_0^4 x^{\frac{1}{2}}dx = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{3/2}\Big|_0^4 = \frac{16}{3}$

שטח המשולש $\frac{8\cdot 2}{2} = 8$

שטח ([illegible]) מינוס [illegible]

$S = 8 - \frac{16}{3} = \underline{\frac{8}{3}}$

השטח המבוקש.

<u>שאלה 4 א</u>

תח׳. $x \neq 0$

$y = e^{\frac{1}{x}}$

$y' = e^{\frac{1}{x}}\left(-\frac{1}{x^2}\right) < 0$ לכל $x \neq 0$

יש אסימפטוטה אנכית בנקודה $x=0$.

ב

$f'(x) = 3x^2 - 18x + 24$

$x_1 = 2 \quad x_2 = 4 \qquad max(4;10)$

$f''(x) = 6x - 18 \quad f''(2) = -6$

$f''(4) = 6$

$y = \int (3x^2 - 18x + 24)\,dx = x^3 - 9x^2 + 24x + C$

$f(4) = 64 - 144 + 96 + C = 10 \qquad C = -6$

$f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 6$

$f(2) = 8 - 36 + 48 - 6 = \underline{\underline{14}}$