

תאריך הבחינה: 2.16.21
 שם המורה: ד"ר יגאל טור.
 מבחן ב- שיטות כמותיות בניהול.
 מס' הקורס: 681-1-0101
 מיועד לתלמידי: ניהול
 שנה א. סמסטר: א' מועד: ב'
 משך הבחינה: 3 שעות.
 חומר עזר: מותר.

מס' מבחן: _____:

יש לענות על עשר מתוך שתים-עשרה השאלות.
 השאלות שוות בערכן. אם יש מספר סעיפים-ערכם שווה.
 אין לענות על יותר מעשר שאלות.

1. א. הישר $y = -3x - 12$ משיק לגרף הפונקצייה $y = ax^2 + bx$ בנקודה $x = -2$. מצא את ערכי a ו- b .
 ב. הישר $y = 2x - 9$ משיק לגרף הפונקצייה $y = x^2 - 18x + c$. מצא את c ואת נקודת ההשקה.
 אין קשר בין שני הסעיפים.

2. נתונה הפונקצייה $y = a\sqrt{x} + bx$. לפונקצייה זו יש נקודת קיצון (4:4)

- א. מצא את a ו- b .
- ב. רשום את תחום ההגדרה.
- ג. מצא את נקודות הקיצון ואת תחומי העלייה והירידה.
- ד. רשום את נקודות החיתוך של הפונקצייה עם הצירים.
- ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקצייה.

3. מפעל מוכר 500 מוצרים במחיר של 2000 שקלים ליחידה. אם הוא מוכר x יחידות נוספות הוא מוריד את מחירן ב-3 שקלים ליחידה, ואת מחיר 500 היחידות הראשונות הוא מוריד ב- x שקלים ליחידה.
 א. מצא כמה יחידות על המפעל למכור, כדי שהסכום הכללי שהוא גובה יהיה מקסימלי, ומהו הסכום המקסימלי.
 ב. מצא את ההכנסה הכללית של המפעל אם הוא מוכר: 1. 100 יחידות נוספות. 2. 400 יחידות נוספות.

$$500(2000 - x) + x(2000 - 3x)$$

4. נתונה הפונקצייה $y = x^m e^{-x^2}$. נתון גם שעבור $x = 1$ יש לפונקצייה נקודת קיצון.

- א. מצא את m .
- ב. מצא את נקודות המינימום והמקסימום של הפונקצייה.
- ג. מצא את תחומי העלייה והירידה.
- ד. מצא את נקודות החיתוך של הפונקצייה עם הצירים.
- ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקצייה.

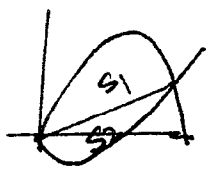
5. נתונה הפונקצייה $y = 3x - \ln(2x)$

- א. רשום את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה.
- ב. האם יש לפונקצייה נקודת קיצון? אם כן- מצא אותה. אם לא- נמק מדוע.
- ג. מצא את משוואת המשיק בנקודה $x = \frac{1}{2}$, הנמצאת על גרף הפונקצייה.

6. נתונה הפונקצייה $f(x)$, שנגזרתה $f'(x) = 3x^2 - 30x + 63$. ערך הפונקצייה בנקודת המקסימום הוא 25.
 א. מצא את הפונקצייה.
 ב. מצא את ערך הפונקצייה בנקודת המינימום.

7. הפונקצייה $f(x)$ מקיימת: $f''(x) = 3e^x - 9e^{3x}$ (נגזרת שנייה).
 ידוע כי לפונקצייה יש נקודת קיצון (0:2).
 א. מצא את $f(x)$.
 ב. מצא את נקודת החיתוך של $f(x)$ עם ציר x.
 ג. חשב את השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקצייה, ציר x וציר y.

8. מחירה של דירה עלה בכל שנה ב- % קבוע. ב-6 השנים הראשונות עלה מחירה של הדירה בסך הכל ב-50%.
 לאחר מכן ירד מחיר הדירה במשך כל שנה ב- % הגדול פי 2 מה- % שבו עלה המחיר בכל שנה.
 א. מצא כעבור כמה שנים בסך הכל ירד ערך הדירה מערכה המקורי ב-55%.
 ב. נתון שהמחיר ההתחלתי של הדירה היה מיליון שקלים. שרטט במערכת צירים סקיצה של הגרף שמתאר את מחיר הדירה כפונקצייה של הזמן. סמן מספרים על הצירים.



9. הגרפים של הפונקציות $f(x) = x^2 - 4x$ ו- $g(x) = 6x - x^2$ נחתכים בראשית הצירים O ובנקודה נוספת A (ר. ציור).
 הוכח כי הקטע AO מחלק את השטח שבין שני הגרפים לשני חלקים השווים בשטחם.

10. נתונות שתי מטריצות:

$$B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

א. חשב A^{-1} . ב. חשב B^{-1} . ג. חשב $(AB)^{-1}$. ד. חשב $B^{-1}A^{-1}$. ה. הראה שוויון בין סעיפים ג' ו-ד'.

11. א. מצא את $\frac{d^2u}{dx^2}$ אם $u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

ב. מצא את כל הנגזרות החלקיות מסדר שני של $f(x,y) = \ln(x^2+y)$.

12. שלושה מספרים שסכומם 21 מסוים סידרה חשבונית. אם נחסיר מהמספר השני 1 ונוסיף למספר השלישי 1, תיווצר סידרה הנדסית. מצא את שלושת המספרים (שתי אפשרויות).

בהצלחה!

מחלקת המכשירים
מחלקת המכשירים

$y = ax^2 + bx$

$y = -3x + 12 \cdot k$ ① מכשירים

$x_1 = -2$

$A(-2; -6)$

$y' = 2ax + b$

$x = -2 \Rightarrow -4a + b =$

$4a - 2b = -6$

הצבה ב-2 $(-2; -6) = 2/12$
 $= 3 - 1$ מכשירים

$f(-2) = -4a + b = -3$

$-b = -9$

$b = 9$

$4a - 18 = -6$ $4a = 12$ $a = 3$
מכשירים

$y = 3x^2 + 9x$

$y = x^2 - 18x + C$

$y = 100$

$2x - 18 = 2$
 $(10; 10)$ מכשירים

$2x = 20$

$x = 10$

$y = 11$

הצבה ב-10 מכשירים

$11 = 100 - 180 + C$

$C = 91$

$y = a\sqrt{x} + bx$

$A(4; 4)$

② מכשירים

$2a + 4b = 4$

$y' = \frac{a}{2\sqrt{x}} + b$

$\frac{a}{4} + b = 0 \Rightarrow a = -4b$

$-8b + 4b = 4 \Rightarrow b = -1$

$a = 4$

$y = 4\sqrt{x} - x$

מכשירים

$x \geq 0$ מכשירים

$y' = \frac{2}{\sqrt{x}} - 1 = 0$

$\sqrt{x} = 2$

$x = 4$

$y'' = -x^{-3/2} < 0$

$\max(4; 4)$

$\min(0; 0)$ $\min(16; 0)$
מכשירים

$\frac{2}{\sqrt{x}} - 1 > 0$

$\Rightarrow \sqrt{x} < 2$

$0 \leq x < 4$

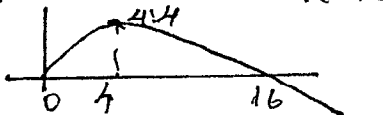
$x > 4$ מכשירים

$4\sqrt{x} - x = 0$

$\sqrt{x} = 4$

$x = 16$

$(16; 0)$ $(0; 0)$



$$y = 3x - \ln(2x)$$

5 = DNE

$$y' = 3 - \frac{1}{x} = 0$$

$$\frac{3x-1}{x} = 0$$

אין נקודות קיצון

אם $x > 0$ אז $x > \frac{1}{3}$ וכן $x < 0$ אז $x < -\frac{1}{3}$

$$y'' = \frac{1}{x^2} > 0$$

$$y = 1 - \ln\left(\frac{2}{3}\right)$$

$$x = \frac{1}{3}$$

נקודה קיצונית

מקסימום (אין)

$$x = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{3}{2}$$

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) = 3 - \frac{1}{1/2} = -1$$

אין

$$y - \frac{3}{2} = -\frac{1}{x - \frac{1}{2}}$$

$$y = -x + 2$$

$$f(x) = 3x^2 - 30x + 63$$

$$y_{max} = 25$$

6 = DNE

$$3x^2 - 30x + 63 = 0$$

אין נקודות קיצון

אין

$$f'(x) = 6x - 30$$

$$x_1 = 3$$

$$x_2 = 7$$

$$f''(7) = 12$$

$$f''(3) = -12$$

max(3, 25)

$$y = \int (3x^2 - 30x + 63) dx = x^3 - 15x^2 + 63x + C$$

$$25 = 27 - 135 + 189 + C$$

$$C = 25 - 27 + 135 - 189 = -56$$

$$y = x^3 - 15x^2 + 63x - 56$$

$$y_{min} = 7^3 - 15 \cdot 7^2 + 63 \cdot 7 - 56 = -7$$

אין

$$f''(x) = 3e^x - 9e^{3x}$$

אין

7 = DNE

$$f'(x) = \int (3e^x - 9e^{3x}) dx = 3e^x - 3e^{3x} + C$$

$$f'(0) = 0$$

$$f'(0) = 3 - 3 + C = 0$$

$$C = 0$$

$$f(x) = \int (3e^x - 3e^{3x}) dx = 3e^x - e^{3x} + C$$

(0, 2)

$$f(0) = 2$$

$$3 - 1 + C = 2$$

$$C = 0$$

$$f(x) = 3e^x - e^{3x}$$

-4-

$$3e^x - e^{3x} = 0$$

$$e^{2x} = 3 \quad 2x = \ln 3 \quad x = \frac{\ln 3}{2} = 0.55 \quad (0.55)$$

$$S = \int_0^{0.55} (3e^x - e^{3x}) dx = 3e^x - \frac{e^{3x}}{3} \Big|_0^{0.55} = 3e^{0.55} + \frac{e^{1.65}}{3} - 3 + \frac{1}{3}$$

S = 4.266

$$1.5A_0 = A_0 q^6 \quad K \textcircled{8} = PKU$$

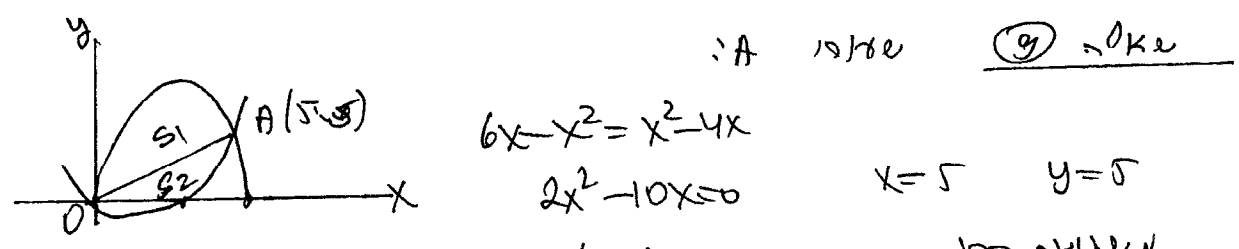
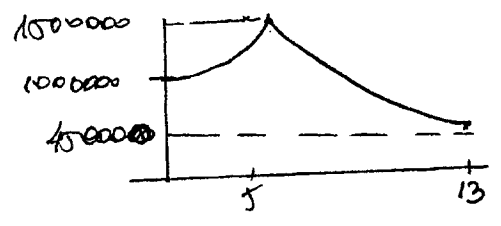
$$q = \sqrt[6]{1.5} = 1.07 \quad p = 7\%$$

$$0.45A_0 = 1.5A_0 \cdot 0.86^x \quad q = 0.86 \quad p = -14\% \text{ per year}$$

WOW WOW $x = \frac{\ln \frac{0.45}{1.5}}{\ln 0.86} = 7.98$

$$7.98 + 5 = \frac{12.98}{0.86} \Rightarrow 13$$

Ben 200



$$6x - x^2 = x^2 - 4x$$

$$2x^2 - 10x = 0 \quad x = 5 \quad y = 5$$

$$S_1 = \int_0^5 [(6x - x^2) - x] dx = \int_0^5 (5x - x^2) dx = \left[\frac{5x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^5 = \frac{125}{2} - \frac{125}{3} = \frac{125}{6}$$

$$S_2 = \int_0^5 [x - (x^2 - 4x)] dx = \int_0^5 (-x^2 + 5x) dx = \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} \right]_0^5 = -\frac{125}{3} + \frac{125}{2} = \frac{125}{6}$$

S₁ = S₂

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \quad A^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

K $\text{K} \text{ (10) } \rightarrow 0 \text{ K} \text{ e}$

$$\text{adj } A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \quad \det A = -1 \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B^T = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{Z}}$$

$$\text{adj } B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \quad \det B = -2 \quad B^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{Z}}$$

$$(AB)^T = \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{Adj } (AB) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} \quad \det(AB) = 2$$

$$(AB)^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$B^{-1} A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{B^{-1} A^{-1} = (AB)^{-1}}}$$

$$u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad \underline{\underline{K}} \quad \underline{\underline{K}} \rightarrow \text{K} \text{ e}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1 \cdot \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} - \frac{2x^2}{2\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}}{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{x^2 + y^2 + z^2 - x^2}{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{y^2 + z^2}{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$f(x, y) = \ln(x^2 + y) \quad \underline{\underline{Z}}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{2x}{x^2 + y} \quad \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{1}{x^2 + y}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{2(x^2 + y) - 4x^2}{(x^2 + y)^2} = \frac{2y - 2x^2}{(x^2 + y)^2} \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{0 - 2x}{(x^2 + y)^2} = \frac{-2x}{(x^2 + y)^2}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \frac{-2x}{(x^2 + y)^2} \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{-1}{(x^2 + y)^2}$$

to -

(12) 7/12

a_1 a_1+d a_1+2d \rightarrow \dots

$2a_1+3d=21$

$a_1+d=7 = a_2$

$7-d$ 7 $7+d$
 $7-d$ 6 $8+d$

...
...

$\frac{8+d}{6} = \frac{6}{7-d}$

$36 = 56 - d - d^2$

$d^2 + d - 20 = 0$

$d_1 = 4$ $d_2 = -5$

$a_1=3$ $a_2=7$ $a_3=11$ \rightarrow ...

$a_1=12$ $a_2=7$ $a_3=2$ \rightarrow ...

