אוניברסיטת בן-גוריון בנגב
Ben-Gurion University of the Negev

הפקולטה למדעי ההנדסה

המחלקה להנדסת חומרים

<u>תדריך מעבדה בנושא</u>

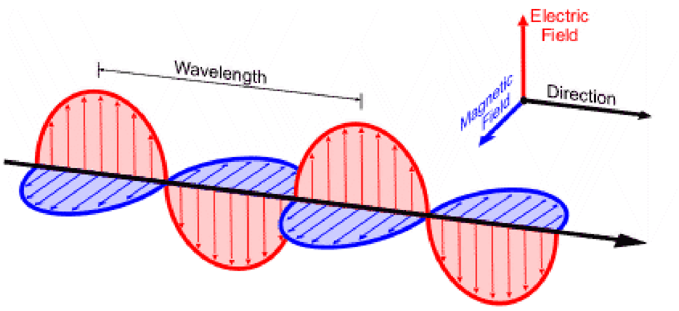
<u>תכונות אופטיות ואלקטרו-אופטיות של חומרים</u>

רקע תיאורטי

האופי הגלי של האור מוכר היטב ע"י תופעות של התאבכות ודיפרקציה. ניתן להתייחס אל האור כגל אלקטרומגנטי בעל שדות חשמליים ומגנטיים הניצבים זה לזה כמו כן גם אנכיים לכיוון התקדמות האור. הגל הפשוט ביותר הינו גל סינוסיאלי שניתן לתארו מתמטית ע"י הנוסחא:

$$(1)\ E_X = E_0 \cos(\omega t - kz + \emptyset_0)$$

(הנוסחא מתייחסת לגל מישורי מונוכרומטי שנע בכיוון החיובי של ציר Z)



איור 1- תיאור גל אלקטרומגנטי

כאשר:

- E_X הוא השדה החשמלי, המשתנה עם הזמן (t), על ציר Z.
- k הוא מספר הגל $(2\pi/\lambda)$
- λ אורך הגל
- ω תדירות זוויתית $(2\pi\upsilon)$
- E_0 אמפליטודת הגל
- $\emptyset_0$ קבוע הפאזה (כאשר t=z=0 E_X לא בהכרח אפס, תלוי בבחירת הראשית)

הארגומנט שבקוסינוס $(\omega t - kz + \emptyset_0)$ נקרא פאזת הגל ומסומן על ידי $\emptyset$.

מהירות התקדמות האור - אם נבחן מישור הניצב לכיוון התקדמות הגל

$$(\omega t - kz + \emptyset_0) = const$$

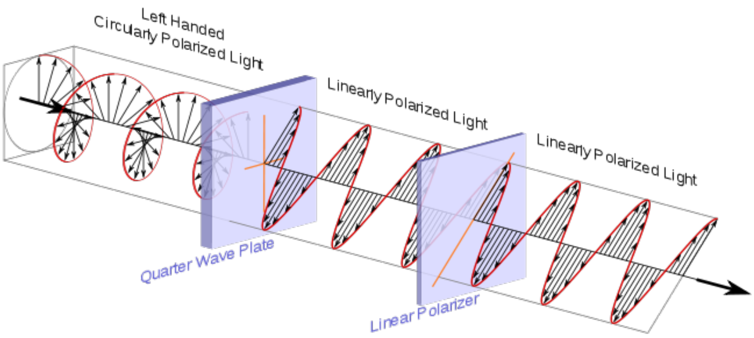
ב δt מסויים הגל מתקדם δz ולכן מהירות פאזת הגל היא $\delta z \backslash \delta t$

$$V = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{k} = \upsilon\lambda$$

לעיתים קרובות עיקר העניין הוא הפרש הפאזה $\Delta\phi$ בזמן נתון בין שתי נקודות בגל במרחק מסויים. אם גל מתקדם עם קבוע גל k אז הפרש הפאזה בין שתי נקודות הוא $k\Delta z$, במידה והפרש הפאזות הוא אפס או כפולה של 2π אז המשמעות היא ששתי הנקודות הם בפאזה.

לרוב אנו מתארים את אינטרקצית האור עם חומר שאינו מוליך לפי רכיב השדה החשמלי E_X ולא על ידי הרכיב המגנטי B_y הסיבה היא שהשדה החשמלי הוא זה שמסיט את האלקטרונים במולקולות או ביונים של הגביש ועל ידי כך מגדיל את פולריזציית החומר.

המונח פולריזציה של גל אלקטרומגנטי מתאר את התנהגות וקטור השדה החשמלי כאשר הגל מתקדם דרך תווך. כאשר אור מתקדם ומכיל וקטורי שדה חשמלי בכיוונים שונים הניצבים לכיוון ההתקדמות, האור אינו מקוטב. כאשר וקטור השדה החשמלי ווקטור כיוון ההתקדמות יוצרים מישור יחיד שאינו משתנה בזמן ניתן לומר כי הגל מקוטב לינארית והמישור הנ״ל נקרא מישור הפולריזציה.



איור 2 - מישור הקיטוב הנקבע ע"י וקטור השדה וכיוון התקדמות הגל

קרן מקוטבת מישורית ניתנת לפירוק לרכיבים E_y, E_X (איור 1), כך שכל רכיב הינו קרן יחידה, אם קיים הפרש דרכים אופטיות בין הקרניים כלומר קיים הפרש פאזות, יש להכניס הפרש זה למשוואת הגל. הקשר בין הפרש הפאזה להפרש הדרכים

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta L$$

נרשום את משוואת הגל עבור כל אחת מהקרניים :

1. $X(t) = E_{x0}\cos(\omega t)$
2. $Y(t) = E_{y0}\cos(\omega t - \Delta\varphi)$

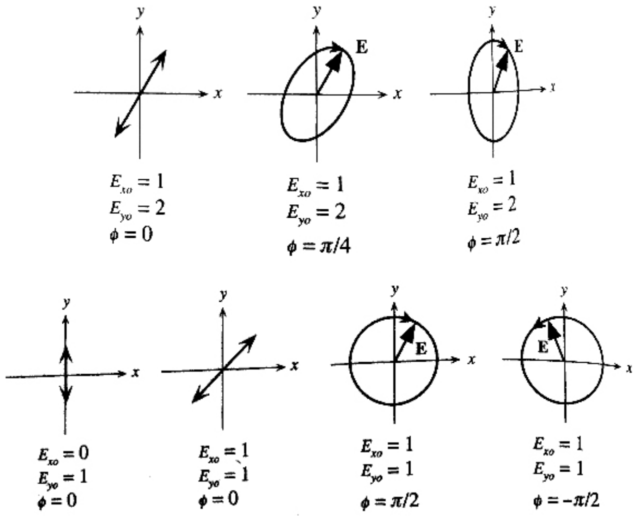
לאחר מספר פעולות מתמטיות נקבל את סכום התנודות

$$sin^2(\Delta\varphi) = \left(\frac{Y}{E_{y0}}\right)^2 - \frac{2YX}{E_{x0}E_{y0}}cos(\Delta\varphi) + \left(\frac{X}{E_{x0}}\right)^2$$

המשוואה שהתקבלה תלויה בהפרש הפאזות שהיא תוצר של תנאי המערכת, לדוגמא כאשר : $\Delta L = \frac{\lambda}{4}$ נקבל הפרש פאזה של $\frac{\pi}{2}$ והמשוואה תראה כך :

$$1 = \left(\frac{Y}{E_{y0}}\right)^2 + \left(\frac{X}{E_{x0}}\right)^2$$

קיבלנו משוואת אליפסה כך שיש לה אורך E_{x0} על ציר x ואורך E_{y0} על ציר y, המשמעות הפיזיקלית היא שסכום התנודות נותן לנו קיטוב אליפטי, כלומר סוף וקטור $\vec{E}$ בכל התנודות בתחום זה נמצא על הקו של אותה האליפסה. כמו כן אפשר לקבל קיטוב מעגלי ($E_{y0} = E_{x0}$) ולינארי



איור 3- סוגי קיטוב שונים, התלות בהפרש הפאזה וגודל הרכיב החשמלי.

כאמור הפולריזציה מתארת את התנהגות וקטור השדה החשמלי כאשר הגל מתקדם דרך תווך. אך כל תווך מגיב באופן שונה לשדה חשמלי עקב מקדמים דיאלקטרים שונים.

המקדם הדיאלקטרי ε הינו גודל פיזיקלי המתאר את יכולת החומר להתקטב כתגובה לשדה חשמלי חיצוני, כלומר ε הוא מקדם הפרופורציה בין השדה החשמלי בחומר לשדה החשמלי החיצוני וניתן לכתיבה כך :

$$\varepsilon = \frac{\vec{D}}{\vec{E}}$$

כאשר $\vec{D}$ הינו השדה החשמלי בחומר ו $\vec{E}$ הינו השדה החשמלי החיצוני.

בד"כ המקדם הדיאלקטרי של החומר נתון כמקדם דיאלקטרי יחסי - ε_r כך ש:

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$$

ε_0 - מקדם הדיאלקטריות של הריק והוא קבוע.

את הקיטוב החומר ניתן לייצג כך:

$$\vec{P} = \varepsilon_r \vec{E} = \varepsilon_0 \vec{E} - \vec{\mathcal{D}}$$

כאשר מדברים על תווך איזוטרופי המקדם הדיאלקטרי הוא גודל סקלר ועבור תווך שאינו איזוטרופי המקדם הדיאלקטרי הינו טנזור מסדר שלישי.

המקדם הדיאלקטרי ε ומקדם המגנטיות μ (ברוב בחומרים μ_r שווה ל- 1) קובעים את מהירות התקדמות הפאזה v כלומר את מקדם השבירה של התווך n.

$$\frac{1}{v^2} = \varepsilon\mu \Rightarrow \frac{1}{v^2} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r \Rightarrow \frac{1}{v^2} = \frac{1}{c^2}\varepsilon_r \Rightarrow \varepsilon_r = \frac{c^2}{v^2} = n^2$$

<u>וקטור פויינטינג</u>

זהו וקטור המצביע לכיוון התפשטות האנרגיה וגודלו מתאר את צפיפות שטף האנרגיה האלקטרומגנטית.

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

<u>וקטור גל</u>

זהו וקטור המצביע לכיוון התקדמות הגל (חזית הגל) וגודלו הוא מספר הגל $\frac{2\pi}{\lambda}$

$$\vec{K} = \vec{\mathcal{D}} \times \vec{H}$$

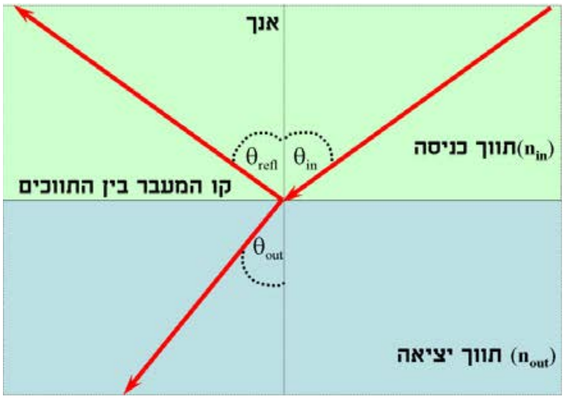
<u>חוק סנל (חוקי החזרה)</u>

כשאור עובר מתווך אחד לתווך אחר, הוא משנה את כיוון התפשטותו. לשינוי כיוון זה אנו קוראים שבירה.

את תופעת השבירה חקר המדען **וילברורד סנל**. הוא מצא קשר כללי בין זווית הפגיעה לזווית השבירה.

חוק סנל מבטא את זווית הפגיעה והשבירה כתלות במקדמי השבירה

$$n_{in}\sin\theta_{in} = n_{out}\sin\theta_{out}$$



איור 4 - חוקי שבירה והחזרה של סנל

כאשר :

n_{in}- מקדם השבירה של התווך הראשון.

n_{out}- מקדם השבירה של התווך השני.

θ_{in} - זווית הפגיעה.

θ_{out}- זווית השבירה.

$$n = \frac{c}{v} \text{ ולכן } \frac{n_{out}}{n_{in}} = \frac{v_{in}}{v_{out}} = \frac{\sin\theta_{in}}{\sin\theta_{out}}$$

<u>חוקי ההחזרה</u>

- זווית הפגיעה שווה לזווית ההחזרה
- הקרן הפוגעת, האנך והקרן המוחזרת נמצאות באותו המישור.

<u>זווית קריטית</u>

הזווית המתאימה לזווית שבירה של 90 מעלות. מתקבלת רק כאשר האור עובר מתווך צפוף לתווך פחות צפוף, כלומר החזרה מלאה : כל האור שפוגע במשטח גבול שמפריד בין שתי התוכים מוחזר.

<u>התנאים להחזרה מלאה</u> :

✓ זווית הפגיעה גדולה מהזווית הקריטית.

✓ האור עובר מתווך צפוף לתווך פחות צפוף.

<u>יחסי נפיצה</u>

נפיצה היא תופעה המתרחשת כאשר גל אור לבן (או כל שילוב אחר של אורכי גל) מתקדם בתווך. יחסי הנפיצה קושרים תכונות שונות של הגל כגון: אנרגיה, תדירות, מספר גל ואורך הגל. מיחסיים אלו ניתן לקבל ביטויים עבור מהירות חבורה ומהירות פאזה ולפיהם לקבוע את גורם השבירה של התווך. כלומר מהירות ההתקדמות של גל בתווך תלויה באורך הגל, או **מקדם השבירה תלוי באורך הגל**, יחסי נפיצה, שהם בעצם תולדה של תלות מקדם השבירה בתדירות שהם עצמם מגיעים מיחסי קרמר-קורניג, ניתנים לביטוי כך:

$$v_{phase} = \frac{\omega(k)}{k}$$

כאשר

ω - הינה התדירות הזוויתית של גל סינוסי.

k - הינו מספר הגל.

עד כה התייחסנו לאור המתקדם בתווך אחיד כלומר המקדם הדיאלקטרי קבוע, אך בפועל עבור חומרים רבים המקדם הדיאלקטרי תלוי כיוון. חומרים אלו נקראים אנאיזוטרופים אופטית.

<u>תווך איזוטרופי</u>

גבישים בעלי מרכז סימטריה הם גבישים איזוטרופים, בחומרים אלה רכיבי הטנזור הדיאלקטרי שווים ולכן הינו גודל סקלר קבוע, כלומר מקדמי השבירה בשלושת הצירים x y z תלויים במקדם הדיאלקטרי לפי $n \approx \sqrt{\varepsilon}$ וגודלם זהה בכל הכיוונים מכך נובע שמהירות הגל זהה בכל הכיוונים ולכן אינה תלויה בקיטוב ובכיוון ההתקדמות.

$$n_x = n_y = n_z = n.$$

בכל כיוון התקדמות ווקטור גל רכיבי הקיטוב ינועו במהירות שווה ולא תתקבל תופעת שבירה כפולה. חומרים מסוג זה הם לדוגמא: זכוכית שקופה, נוזלים וגבישים איזומטריים (קוביים) שלא תחת עומס.

<u>תווך אנאיזוטרופי - (גביש חד צירי)</u>

גבישים חסרי מרכז סימטריה או גבישים בעלי אורבטלי אלקטרונים א-סימטריים במרחב הינם גבישים אנאיזוטרופיים מבחינה אופטית דבר המתבטא בכך שיש להם תכונות אופטיות שונות בכיוונים שונים. בגבישים השייכים למערכת טטראגונלית, טריגונלית או הקסגונלית, מתקיים תמיד $n_x = n_y \neq n_z$. מסמנים $n_o \equiv n_x = n_y$, כמו כן מסמנים $n_e \equiv n_z$.

באופן כללי מקדם השבירה של החומר תלוי בכיוון ההתקדמות של האור לפי הנוסחה הבאה שהיא פיתוח של משוואת מקסוול.

$$\frac{x^2}{n_x^2}+\frac{y^2}{n_y^2}+\frac{z^2}{n_z^2}=1 \quad (1)$$

ישנו כיוון יחיד שבו שני קרניים אלו חוות מקדם שבירה זהה ומתקדמות באותה מהירות בחומר, כך שאינם תלויים במצבי הקיטוב, והוא נקרא **הציר האופטי.**

מישור אופטי הראשי הינו מישור המוגדר על ידי הציר האופטי והקרן הפוגעת.

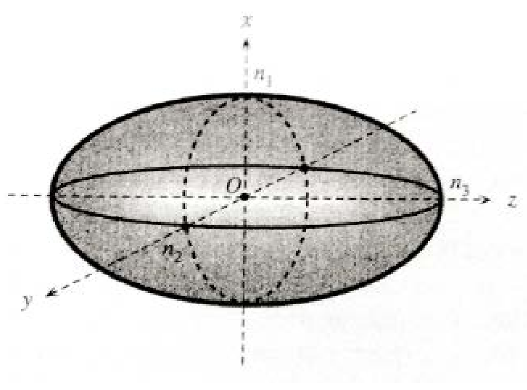
בגביש חד צירי ישנו כיוון אחד שונה לכן המשוואה הכללית תראה כך :

$$\frac{x^2+y^2}{n_o^2}+\frac{z^2}{n_e^2}=1$$

ההפרש $\Delta n \equiv n_o - n_e$ נקרא האי- איזוטרופיה של גורמי השבירה, ככל ש Δn גדול יותר, בערך מוחלט, כך תופעת השבירה הכפולה ברורה יותר.

ניתן לתאר את התכונות האופטיות של הגביש על ידי 3 מקדמי שבירה ב- 3 צירים אורטוגונלים שהם הצירים הראשיים של הגביש z,y,x והם n_3, n_2, n_1 בהתאמה.

דוגמא פשוטה היא גל מקוטב לינארית (שווקטור השדה שלו מקביל לציר x) וכיוון התקדמות הוא ציר z מקדם השבירה שיפעל עליו יהיה n_1. עבור המקרה הכללי של גל אלקטרומגנטי המתקדם בכיוון כלשהו בגביש לתאר את מקדם השבירה שיפעל עליו על ידי אליפסואיד מקדמי השבירה (של Augustin-Jean Fresnel שנקרא בשפה המדעי optical indicatrix) שהוא משטח מקדמי שבירה המונח במרכז מערכת צירים אורטוגונלית כפי שמודגם באיור 7.



איור 5 - משטח מקדמי השבירה

אם כל המקדמים היו שווים היינו מקבלי משטח ספרי וכל וקטור שדה חשמלי בכיוון כלשהו היה מרגיש את אותו מקדם השבירה n_0, ניתן לראות זאת לפי משוואה (1) שאם נציב

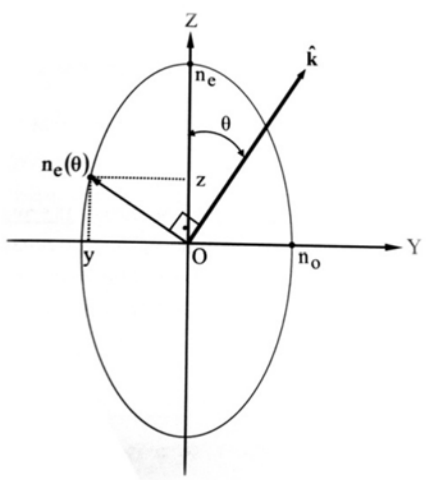
$n_x = n_y = n_z = n_O$ נקבל משוואה המתארת ספרה.

$$x^2 + y^2 + z^2 = n_0^2$$

משטח ספרי כזה מייצג גביש איזוטרופי מבחינה אופטית.

איור 8 מתאר את אליפסואיד מקדמי השבירה ואת התלות של מקדם השבירה n_e בזווית θ . לפי האיור ניתן לראות כי כאשר הגל נכנס לגביש בכיוון ווקטור $\hat{k}$ בזווית θ לציר האופטי, סוף וקטור n_e נמצא על היקף של אליפסה, משמע משתנה עם השינוי בזווית. לעומת זאת סוף וקטור n_o נמצא תמיד על היקף מעגל ומכאן שהינו קבוע.

גורם השבירה $n_e(\theta)$ תלוי בזווית θ והוא משתנה בין n_o עבור $\theta = 0$ לבין n_e עבור $\theta = 90°$.



איור 6 - חיתוך אליפסואיד גורמי השבירה של גביש חד צירי על מישור (y, z)

מאיור 8 ניתן להיווכח בקיום הקשרים :

$$n_e^2(\theta) = z^2 + y^2 \; ; \; \frac{z}{n_e(\theta)} = \sin\theta$$

בנוסף קיימת משוואת האליפסה (דו מימדי) :

$$\frac{y^2}{n_o^2} + \frac{z^2}{n_e^2} = 1$$

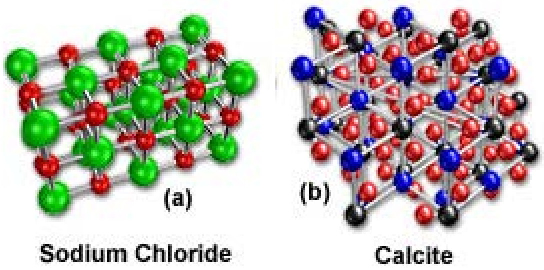
מקשרים אלו נקבל :

$$\frac{1}{n_e^2(\theta)} = \frac{cos^2\,\theta}{n_o^2} + \frac{sin^2\,\theta}{n_e^2}$$

כך נוכל לחשב את מקדם השבירה כתלות בזווית.

בגבישים אנאיזוטרופיים אלו כאשר ההפרש בין מקדמי השבירה גדול מספיק ניתן להבחין בתופעת השבירה הכפולה (גביש קלציט לדוגמא).

<u>שבירה כפולה</u> - ישנם מוצקים רבים שהם איזוטרופים מבחינה אופטית כלומר מקדמי השבירה שלהם הוא שווים בכל אחד מהכיוונים הקריסטלוגרפים, דוגמא למוצק איזוטרופי היא NaCl



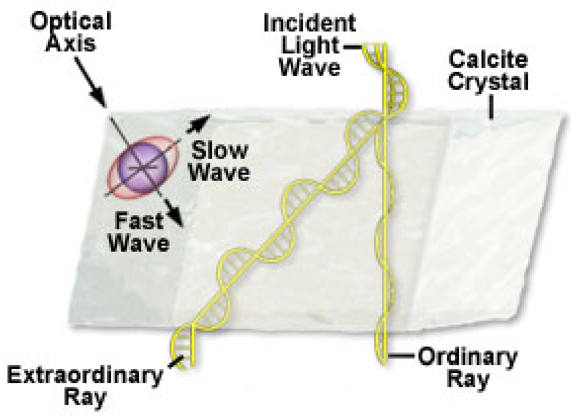
גבישים מוגדרים כאיזוטרופים או אנאיזוטרופים לפי ההתנהגות האופטית שלהם ולפי הצירים הקריסטלוגרפים שלהם (שווים\לא שווים)

אור הוא קרינה אלקטרומגנטית ולכן במעבר דרך גביש ישנה אינטרקציה עם השדה החשמלי השריגי של הגביש מה שמשפיע על מהירות התקדמות האור בחומר כאשר זה נקבע על ידי תכונה של החומר והיא המקדם הדיאלקטרי.

בכל הגבישים האיזוטרופים קיימים צירים בעלי דיאלקטריות קבועה ושווה המגיבים באופן זהה לאור, ללא תלות באורינטציית הגביש ביחס לקרן, גבישים אלו הם בד"כ בעלי סימטריה קובית. אור הנכנס לגביש איזוטרופי נשבר בזווית קבועה ועובר בגביש במהירות אחידה ואינו מקוטב על ידי אוסילציות האלקטרונים של השריג.

לגבישים אנאיזוטרופים כמו קוורץ וקלציט יש צירים בעלי טנזור דיאלקטריות שונה עבור כיוונים שונים המגיבים באופן שונה לאור, כך שיש תלות באורינטציית הגביש ביחס לקרן, גבישים אלו הם בד"כ בעלי סימטריה שאינה קובית.

בגבישים אנאיזוטרופים כשאור נכנס דרך **הציר האופטי** ההתנהגות זהה לזו של גביש איזוטרופי. לעומת זאת כאשר האור נכנס שלא בציר זה הוא נשבר לשני קרניים כאשר כל קרן ***מקוטבת*** בניצב לקרן השניה, שניהן ניצבות לכיוון ההתקדמות וכל קרן מתקדמת במהירות שונה בחומר.



איור 7 - מהלך קרניים (רגילה\חריגה) בגביש קלציט

בגבישים אלו המקדם הדיאלקטרי הוא טנזור, שניתן לליכסון, מסדר שלישי.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{bmatrix}$$

מהירות התקדמות הגל משתנה לפי $v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon_{ij} \mu_0}}$ (מהירות האור בוואקום $v = c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$)

לפיכך חשובה ההבנה של התכונות החשמליות של חומרים אנאיזוטרופים כדי להבין כיצד גל מתקדם בגבישים אלו, הנוסחה הנ"ל וכל תופעת השבירה הכפולה מבוססת על חוקי האלקטרומגנטיות שהוצעו לראשונה ע"י המתמתיקאי הבריטי ג'ימס קלארק מקסוול ב 1860.

בחומרים רבים: מוליכים, מבודדים, אורגנים ואנאורגנים מקדם הפראמביליות $\mu \approx 1$ ולכן

$$\left(\frac{c}{v}\right)^2 = \varepsilon \Rightarrow n^2 = \varepsilon_{ij}$$

כאשר: n - מקדם השבירה, ε - מקדם דיאלקטרי

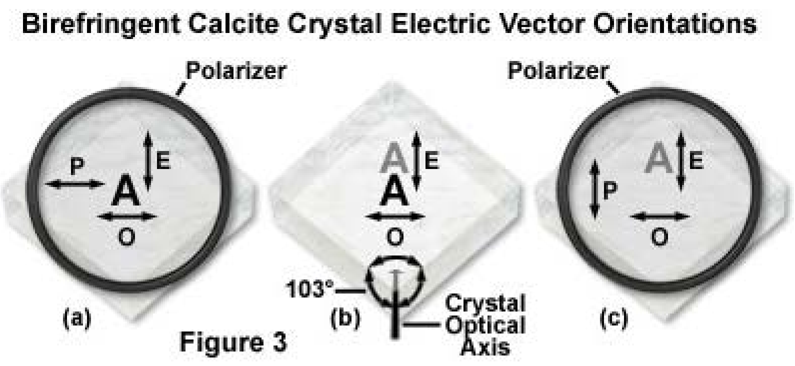
אחת הדוגמאות הטובות ביותר לתופעת השבירה הכפולה היא גביש הקלציט, המבנה הטריגונלי של הקלציט מפיק שני תמונות כאשר מתבוננים דרכו על אור המגיע מאובייקט מסויים. אחת התמונות מופיעה כפי שהיינו מצפים לראותה דרך זכוכית שקופה או חומר איזוטרופי אחר. וזוהי הקרן הרגילה O-RAY (ordinary) המצייתת **לחוקי ההחזרה הנורמליים** ותנוע בחומר באותה המהירות ללא תלות בכיוון ההתקדמות, בזמן שהתמונה השניה מופיעה בהזזה קלה ומהירותה תלויה בכיוון ההתקדמות זוהי הקרן החריגה E-RAY (extraordinary).

$\mathbf{n_o}$ - אינדקס השבירה עבור גלים המקוטבים במאונך למישור האופטי והם נקראים גורם השבירה הרגיל (ordinary).

$\mathbf{n_e}$ - הוא אינדקס השבירה עבור גלים המוכלים במישור האופטי ונמצאים בזווית θ לציר האופטי ונקראים גורם השבירה החריג (extraordinary).

בגביש אנאיזוטרופי עצם שבירת האור היא פיצול של הקרן הנכנסת לשתי קרניים בקיטובים שונים, דרכים שונות ומהירויות שונות כך שביציאה מהגביש כל קרן תפיק תמונה נפרדת.

התנהגות משונה זו של האור היא מיוחסת לסידור האטומים בגביש. בשל חוסר הסימטריות של הסידור האטומי ו\או הסידור המרחבי של אורביטלי האלקטרונים בגביש ביחס לכיוון התקדמות האור, קרן אור העוברת דרך הגביש "תפגוש" מקדמי שבירה שונים בכיווני קיטוב שונים, כאשר רק כיוון אחד בחומר אינו מקיים את חוקי סנל החומר נקרא **חד-צירי** (uniaxial) וכאשר שתי כיוונים בחומר אינם מקיימים את חוקי סנל החומר נקרא **דו-צירי** (biaxial)



איור 8 - שבירה כפולה וכיווני הקיטוב

באיור 12 (b) ניתן לראות את תופעת השבירה הכפולה כאשר גביש מונח מעל האות A על משטח לבן הגביש מציג שבירה כפולה. אם הגביש היה מסובב באיטיות אחת התמונות של האות היתה נשארת במקום והתמונה האחרת היתה מסתובבת ב 360 מעלות סביב האות הראשונה.

באיור 12 (a) ניתן לראות מקטב המעביר תנודות שדה חשמלי המקבילות לתנודות הקרן הרגילה ולכן אנו רואים רק את התמונה של קרן זו לעומת זאת באיור 12 (c) הקיטוב הוא ב 90 מעלות ולכן אנו רואים רק את התמונה של הקרן החריגה.

כפי שהוזכר קודם עוצמת התופעה תלוי בהפרש בין שתי האינדקסיי השבירה ובכיוון הקרן הנכנסת ביחס לציר האופטי. אך סימן השבירה הכפולה יכול לקבל ערך שלילי\ חיובי

אם $n_o > n_e$ הגביש חד צירי שלילי לדוגמא - $CaCo_3$ (קלציט)

אם $n_o < n_e$ הגביש חד צירי חיובי לדוגמא - SiO_i (קוורץ).

- כאשר אנו מעבירים אלומת אור דרך גביש אנאיזוטרופי שלא בציר האופטי ובזווית פגיעה - אפס על פי חוק סנל שני הקרניים בחומר אמורות להתקדם באותו הכיוון ולא להישבר כלל, אך בכל זאת אנו מבחינים בתופעה של השבירה הכפולה כלומר הקרניים מתקדמות בזוויות שונות. הסבר לתופעה זו הוא ההתקדמות הסוטה של האנרגיה (***walk-off***).

התקדמות סוטה

נסתכל על חתך של חומר דיאלקטרי חד צירי כפי שמופיע באיור 11 הנמצא בניצב לכיוון ההתקדמות $\hat{k}$. אלומת אור מונוכרומאטית שאינה מקוטבת פוגעת בניצב לפני החומר תתפרק לשני רכיבים, רכיב אחד המקוטב בכיוון x (מישור התנודות שלו ניצב לדף ויוצא ממנו) וזהו הרכיב הרגיל שעליו פועל גורם השבירה n_o, הרכיב השני מקוטב בכיוון y (מישור התנודות שלו מוכל במישור הדף) בזווית לציר האופטי וזהו הרכיב "המיוחד" שעליו פועל גורם השבירה $n_e(\theta)$.
כיווני קיטוב אלה שייכים לווקטורי העתקה החשמלית $\underline{\mathcal{D}}$, ולא לווקטורי השדה החשמלי $\underline{E}$.
על פי ההסבר בפרק *"דיאלקטריות"* נמצא את ווקטור ההעתקה החשמלית עבור כל אחד מהקיטובים:

<u>עבור הקיטוב הנורמלי:</u>

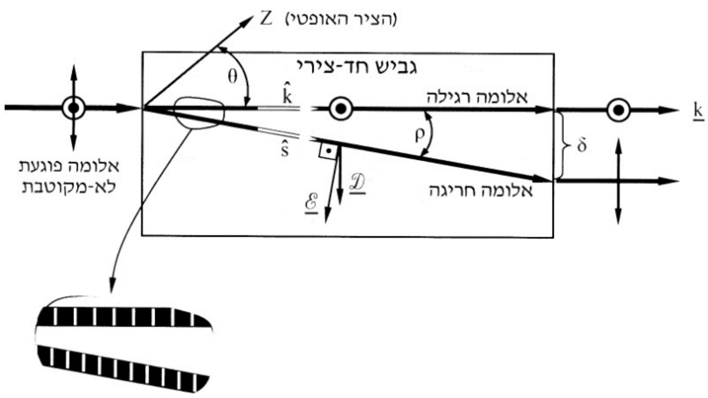
$$\underline{\mathcal{D}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{E_x} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \varepsilon_{11}\underline{E_x}$$

ניתן לראות שעבור הקרן הרגילה מתקבל ווקטור העתקה חשמלי עם רכיב שדה חשמלי בכיוון אחד מכך ניתן להסיק כי הווקטורים מקבילים אחד לשני.

<u>עבור הקיטוב החריג:</u>

$$\underline{\mathcal{D}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{E_y} \\ \underline{E_z} \end{bmatrix} = \varepsilon_{11}\underline{E_y} + \varepsilon_{22}\underline{E_z}$$

ניתן לראות שעבור הקרן החריגה מתקבל ווקטור העתקה חשמלי עם שני רכיבי שדה חשמלי בכיוונים y ו z ומכך ניתן להסיק כי האנרגיה סוטה מכיוונה המקורי ומתקבל פיצול בין הקרניים.



איור 9- התקדמות סוטה בגביש חד-צירי דיאלקטרי

<u>תוצאים אלקטרואופטים</u> - אפקטים המתייחסים לשינוי במקדמי השבירה של החומר על ידי הפעלת שדה חשמלי חיצוני, שדה חשמלי חיצוני יכול להסיט את האלקטרונים בחומר מנקודת שיווי המשקל כמו כן גם יכול להסיט את המבנה הגבישי ועל ידי כך יוצר שינוי בתכונות האופטיות של הגביש.

השינויים במקדמי השבירה הינם לרוב קטנים ויש צורך בשדות חשמליים חיצוניים גבוהים כדי להבחין בתופעות אלו.

אם נתייחס למקדם השבירה כפונקציה של השדה החשמלי החיצוני E ($n = n(E)$) אז נוכל להביע אותו על ידי טור טיילור והמקדם החדש n' יראה כך:

$$(\mathbf{1})\ n' = n + a_1E + a_2E^2 + \cdots$$

אפקטים אלקטרואופטים מסווגים לסדר ראשון וסדר שני, כאשר המקדמים a_1 ו a_2 נקראים מקדם האפקט האלקטרואופטי הלינארי ומקדם האפקט האלקטרואופטי מסדר שני, שאר האיברים זניחים עבור שדות חשמליים מסדר גודל ריאלי.

השינוי במקדם השבירה עקב הביטוי הראשון נקרא אפקט פוקלס (Pockels effect)

$$n' = n + a_1E$$

$$(\mathbf{2})\ \Delta n = a_1E$$

<u>אפקט פוקלס</u> - אפקט פוקלס כפי שמוצג בנוסחא $\Delta n = a_1E$ הוא הפשטה מוגזמת מכיוון שבמציאות עלינו להתחשב בהשפעת השדה החיצוני, לאורך כיוון גבישי מסויים, על מקדם השבירה, עבור אור בעל כיוון התקדמות וקיטוב מוגדרים. לדוגמא נניח ש *x,y,z* הם צירים ראשיים של גביש עם מקדמי שבירה n_1, n_2, n_3 לאורך כיוונים אלו בהתאמה.

בהפעלת מתח ישר לאורך ציר מסויים נניח- *z* השדה יגרום לשינוי במקדמי השבירה האופטיים כתלות במבנה הגבישי כך שאם נפעיל מתח חשמלי על גביש איזוטרופי התוצאה תהיה גביש אנאיזוטרופי-חד צירי ואם נפעיל מתח חשמלי על גביש חד צירי התוצאה תהיה גביש אנאיזוטרופי-דו צירי.

באופן כללי לפני הפעלת שדה חיצוני מקדמי השבירה היו n_1, n_2 אפקט פוקלס נותן לנו מקדמי שבירה חדשים בנוכחות שדה חשמלי לפי:

$$n'_1 \approx n_1 + \frac{1}{2}{n_1}^3 r_{ij}E_z \qquad n'_2 \approx n_2 - \frac{1}{2}{n_2}^3 r_{ij}E_z$$

כאשר r_{ij} נקראים קבועי פוקלס והם תלוים בחומר ובמבנה הגבישי, r_{ij} הוא **טנזור** המייצג את התגובה האופטית של הגביש לשדה המופעל לאורך כיוון מסויים. השליטה על מקדם השבירה תוך שימוש בממתח משתנה הוא יתרון ברור המאפשר שינוי פאזה דרך גביש פוקלס, אופנן פאזה שכזה נקרא תא פוקלס. כאשר השדה מופעל בכיוון התקדמות הגל התא נקרא אורכי וכאשר השדה מופעל בניצב לכיוון התקדמות הגל התא נקרא אנכי.

<u>הכפלת תדר בתווך אי-לינארי</u> - הפעלה של שדה חשמלי E על חומר דיאלקטרי גורם לקיטוב האטומים והמולקולות.

התווך מגיב לשדה החשמלי E על ידי יצירת קיטוב P המייצג את נטו מומנט הדיפול הנוצר ליחידת נפח.
בחומרים דיאלקטרים לינארים הקיטוב הנוצר P הוא פורפורציוני לשדה החשמלי E באותה נקודה והיחס בניהם הוא $P = \varepsilon_0 \chi E$ כאשר χ הוא הסוספטביליות החשמלית. אומנם הליניאריות אינה נשמרת בשדות חזקים והתנהגות P כנגד E סוטה מזו של היחס הלינארי כפי שניתן לראות בתמונה 1 (a). P הופכת להיות פונקציה של E מה שאומר שאנו יכולים לתאר אותה על ידי סדרת חזקות של E.

מקובל לתאר את הפולריזציה הנוצרת כך:

$$(1)\ P = \varepsilon_0 \chi_1 E + \varepsilon_0 \chi_2 E^2 + \varepsilon_0 \chi_3 E^3$$

כאשר χ_3, χ_2, χ_1 הינם מציינים סוספטביליות מסדר ראשון שני ושלישי בהתאמה. החשיבות של הסדר השני והשלישי (לדוגמא בתופעות לא לינאריות) תלויה בחוזק השדה E. תופעות לא לינאריות ניתנות להבחנה כאשר השדות גבוהים מאוד ($E \approx 10^7 Vm^{-1}$) שדות חזקים כאלו דורשים עוצמות אור של כ $\sim 1000kW\ cm^{-2}$ דבר המחייב שימוש בלייזר.

אם נכתוב את השדות האופטיים כ $E = E_0 \sin \omega t$ וכניס אותה לנוסחא (1) לאחר שימוש בזהויות טריגונומטריות ($\sin^2 \omega \mathrm{t} = \frac{1}{2}[1 - \cos 2\omega \mathrm{t}]$) והזנחה של χ_3 נמצא שהפולריזציה הנוצרת היא לפי:

$$(2)\ P = \varepsilon_0 \chi_1 E_0 \sin \omega t - \frac{1}{2} \varepsilon_0 \chi_2 E_0 \cos 2\omega \mathrm{t} + \frac{1}{2} \varepsilon_0 \chi_2 E_0$$

האיבר הראשון במשוואה מייצג את הגל המקורי האיבר השני מייצג את ההרמוניה הכפולה והאיבר השלישי הוא רכיב DC כפי שמוצג באיור 15 (*c*).

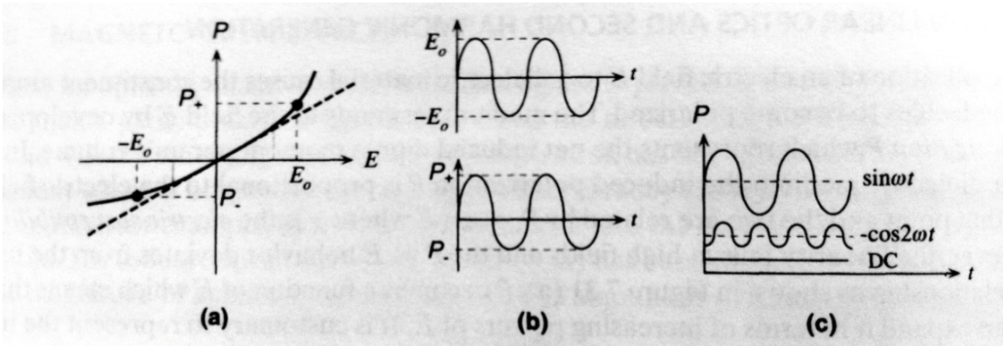
כל החומרים באם הם גבישיים או שאינם גבישיים מכילים מציין χ_3 בעל ערך מספרי סופי. ולעומת זאת רק סוגים מסויימים של גבישים מכילים מציין χ_2 בעל ערך מספרי סופי.

גבישים אלו שאין בהם מרכז סימטריה מקיימים מציין סוספטביליות מסדר שני שאינו אפס ($\chi_2 \neq 0$) גבישים אלו הם גבישים פייזואלקטרים. אחת מהתופעות המשמעותיות ביותר של האי-לינאריות הינה **יצירת ההרמוניה השניה (SHG)** (second harmonic generation), כאשר אלומת אור עוצמתית בעלת תדירות זוויתית ω חודרת דרך גביש מתאים מייצרת אלומת אור עם תדירות כפולה 2ω.

נניח אלומת אור מונוכרומטית בעלת תדירות זוויתית מוגדרת ω החודרת דרך תווך מסויים.

השדה האופטי E של הגל בכל נקודה בתווך יקטב את התווך באותה הנקודה בסינכרון לאוסילציות הגל. תנודות של דיפול חשמלי ידועות בתור מקור ליצירת גלי אלקטרומגנטים לדוגמא אנטנה. הגל האלקטרומגנטי הנוצר מאוסילציות הדיפולים במדיום גורם להתאבכות בונה והורסת של של האלומה המקורית שנעה בתווך.

נניח שהשדה החשמלי מתנודד סינוסיאלי בין $\pm E_0$ כפי שניתן לראות בתמונה 1 (b) בתחום הלינארי (שדות נמוכים). תנודות החומר גם הן מתנודדות סינוסיאלי עם תדירות ω. בשדות חשמלים חזקים מספיק, הפולריזציה המושרית אינה לינארית כפי שמוצג בתמונה 1 (a) ו P לא יתנודד באופן סינוסיאלי פשוט כפי שמוצג בתמונה 1 (b), כעת הפולריזציה P תנוע בין $\pm P$ כאשר אינן סימטריות בגודלן.



איור 10 - (a) פולריזציה מושרת כנגד השדה החשמלי עבור תווך לא לינארי. (b) שדה חשמלי סינוסיאלי הנע בין E+ ל -E אשר יוצר פולריזציה בין P+ ל P-. (c) רכיבי הפולריזציה - מלמעלה למטה בהתאמה: הקרן הראשית, הרמוניה שניה ורכיב DC.

במצב כזה של שדות גבוהים, אוסילציות דיפולי המומנט P מייצרים גלים אלקטרומגנטים לא רק בתדירות ω אלא גם בתדירות 2ω, 3ω ... וכן הלאה.

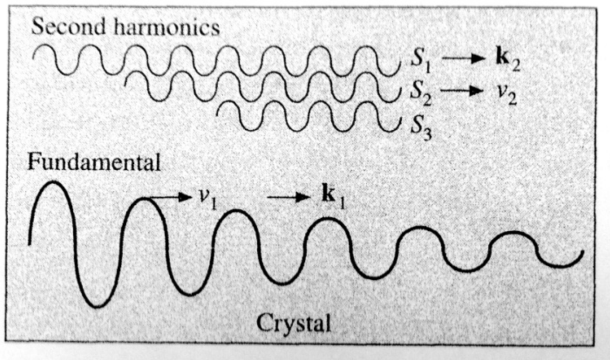
התאמת פאזות

כפי שכבר הוזכר, בגבישים אנאיזוטרופים מקדמי השבירה שונים עבור קיטובים שונים. קרן אור בלתי מקוטבת ניתנת לתיאור ע״י שילוב של שני קרניים מקוטבות בכיוונים ניצבים ושניהם ניצבים לכיוון התקדמות הקרן. מכך נובע שמהירות הפאזה עבור כל אחד מהקיטובים היא שונה ולכן ניתן להגיד ששני הגלים אינם עוברים דרך אופטית זהה וקיים בניהם הפרש פאזות שניתן לתארו בכללי כך :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta r}{\lambda} = \frac{2\pi L\Delta n}{\lambda}$$

כאשר r היא הדרך האופטית , L אורך הגביש ו Δn הינו ההפרש בין מקדמי השבירה.

כלומר יש ליצור מצב ששני הגלים בתדירויות השונות מתקדמים באותה המהירות בחומר - $\Delta n = 0$ משמע $\Delta\varphi = 0$.



איור 11- תיאור התקדמות הגלים בתווך, גלים בפאזה

לכאורה אך ורק אם גלי ההרמוניה השניה (2ω) נמצאים בפאזה ומתקדמים באותה מהירות של הגל הראשי (ω) יוכלו גלים אלו לעבור התאבכות בונה וליצור אלומת הרמוניה שניה. אחרת הגלים .. S_1, S_2, S_3 בסופו של דבר יצאו מפאזה ויעברו התאבכות הורסת מה שיביא ליצירת אלומת הרמוניה שניה חלשה מאוד. התנאי שגלי ההרמוניה השניה ינועו בחומר באותה מהירות פאזה כמו הגל הראשי, כדי לבנות אלומת הרמוניה שניה, נקרא ***התאמת פאזה***, $n(2\omega) = n(\omega)$. עבור מרבית הגבישים אין אפשרות לקיום תנאי זה בשל יחס הנפיצה (n תלוי באורך הגל או בתדירות).

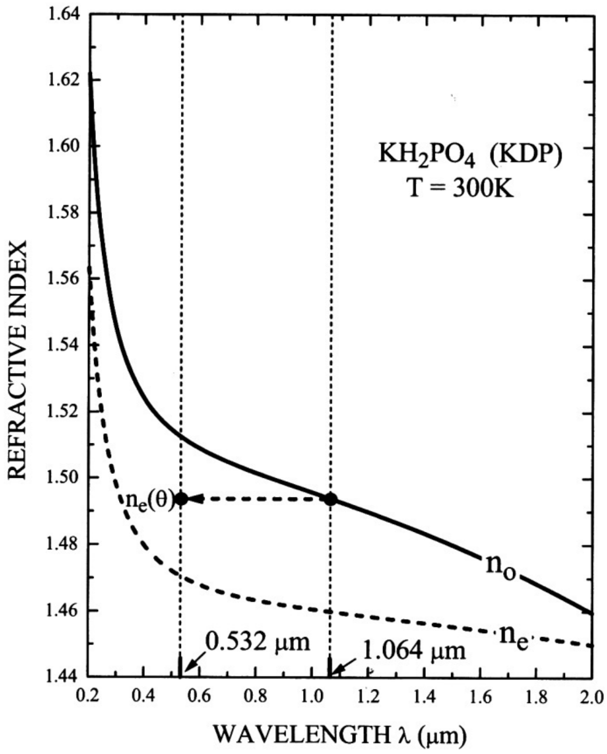
יעילות ההרמוניה השניה תלויה במידת התאמת הפאזה. אחת השיטות היא להשתמש בגביש בעל שבירה כפולה כאשר לזה קיימים שתי מקדמי שבירה, אינדקס נורמלי n_O ואינדקס חריג n_e.
אסור לשכוח את תופעת הדיספרסיה לפיה לגל ההרמוניה השניה יהיה מקדם שבירה שונה כתלות באורך הגל

כפי שמופיע בפרק העוסק בגבישים חד-צירים מקדם השבירה החריג תלוי בזווית θ לציר האופטי, לאורך כיוון קריסטלוגרפי מסויים בזווית θ מהציר האופטי מקדם השבירה $n_e(2\omega)$ של ההרמוניה השניה הוא זהה למקדם השבירה $n_O(\omega)$ של הקרן הראשית:

$$n_e(2\omega) = n_O(\omega)$$

לפי הנוסחא ניתן לחשב את הזווית θ ע"י שנדרוש - $n_e^2(\theta) = n_o^2$:

$$\frac{1}{n_e^2(\theta)} = \frac{cos^2\,\theta}{n_o^2} + \frac{sin^2\,\theta}{n_e^2}$$



גרף 1- מקדם השבירה כתלות באורך הגל, הגרף מציג את התלות עבור שני ההרמוניות ואת מקדם השבירה הנחוץ ליצירת התאמת המופעים.

דבר זה נקרא ***התאמת מקדמי שבירה*** והזווית θ נקראת ***זווית התאמת מקדמי שבירה***. לפיכך הגל הראשי יתקדם כגל רגיל וגל ההרמוניה השניה כגל חריג ושניהם יהיו בפאזה. דבר זה ימקסם את יעילות ההמרה, אך עדיין יוגבל על ידי גודל הביטוי השני במשוואה (1) ביחס לביטוי בראשון.

זווית התאמת מקדמי השבירה θ תלויה באורך הגל (או בתדירות ω) והיא רגישה לטמפרטורה.

מטרות

- הבנת מושגים בסיסים באופטיקה.
- הבנת האינטראקציה של אור עם חומרים שונים (איזוטרופים\אי-איזוטרופים).
- הבנת השפעת השדה החשמלי על גורם השבירה.
- הבנת תופעות אי לינאריות והשימוש בהם להכפלת תדר

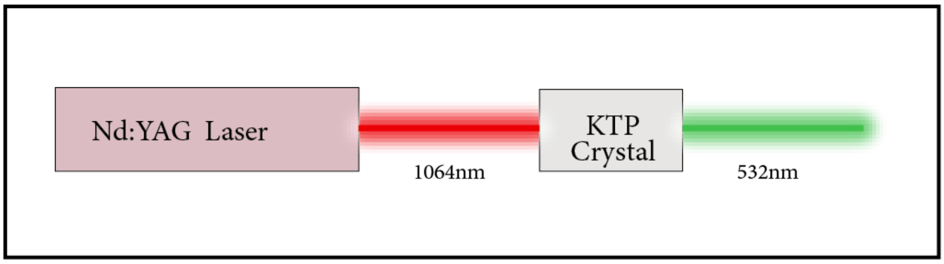
מהלך הניסוי

מקדם השבירה

1. מצא את מקדם השבירה n למנסרה של זכוכית BK7 באמצעות שתי שיטות Total internal reflection ו- Minimum deviation (ראה נספח א').
2. מצא את מקדם השבירה רגיל n_o ומקדם השבירה חריג n_e למנסרה קלציט בשתי שיטות.
3. מצא את מקדם השבירה רגיל n_o ומקדם השבירה חריג n_e למנסרה KTP בשתי שיטות.

הכפלת תדר

1. מקם את הלייזר והגביש, על המסילה האופטית.
2. בעזרת IR-visualizer כוון עוצמה מקסימלית של קרינה 1064 nm למרכז הגביש.
3. כאשר תקבל אור הירוק, בעזרת ספקטרומטר, תוודא שאורך הגל שווה ל 532 nm.
4. תוודא שבעוצמת הלייזר החלשה אין תנאים להכפלת תדר.



הנחיות לדו"ח מסכם

דרישות לדו"ח מסכם

1. שער
2. תוכן עניינים כולל גם רשימת איורים ,גרפים וטבלאות.
3. מטרות הניסוי הקשורות למעבדה בלבד ולא מטרות כלליות.
4. רקע תיאורטי עד שישה עמודים שיכלול את הנושאים שנידונו במעבדה.
5. מהלך הניסוי מחולק לפי חלקי המעבדה , ע"פ הדרישות המחלקה
6. תוצאות הניסוי:

a. חשוב מקדם השבירה רגיל לזכוכית BK7 משתי שיטות Total internal reflection ו- Minimum deviation הסבר סיבות הבדלים.

b. חשוב מקדמים השבירה רגיל n_o ומקדמים השבירה חריג n_e משתי שיטות לקלציט ול- KTP .

7. דיון תוצאות:

a. הסבר את הסיבות להבדלים בין n_o ו- n_e?

b. מדוע יש הבדלים בין קלציט ו-KTP ?

c. למה אין הכפלת תדר של הפוטונים בעוצמות נמוכות של הלייזר?

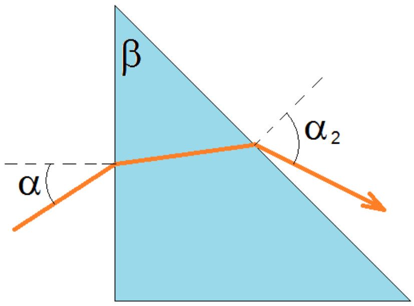
d. האם ניתן להסיק את הצירים הראשים ביחס לקרן.

8. מסקנות

בהצלחה.

<u>נספח א'</u>

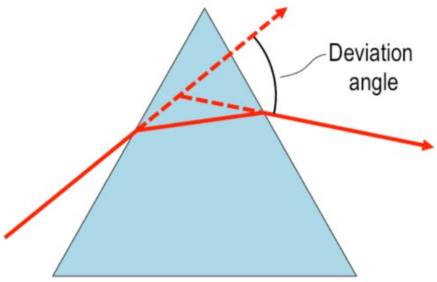
Total internal reflection method:



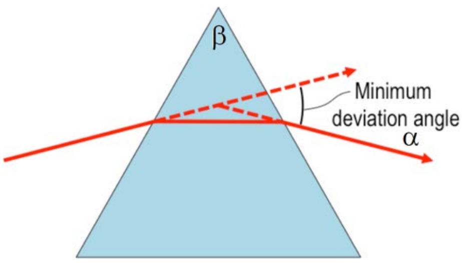
When the angle α_2 is equal to 90^o total internal reflection occur. In this case passed ray disappear. Refractive index of a prism is:

$$n = \frac{\sin\alpha}{\sin(arctg\frac{\sin\alpha * \sin\beta}{1 + \sin\alpha * \cos\beta})}$$

Minimum deviation method:



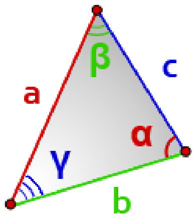
A ray of light is deflected twice in a prism. The sum of these deflections is the deviation angle.



When the entrance and exit angles are equal, the deviation angle of a ray passing through a prism will be a minimum. In this case refractive index of a prism is:

$$n = \sin(\alpha/2+\beta/2)/\sin(\beta/2)$$

Useful formulas for any triangle:



$$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha}$$

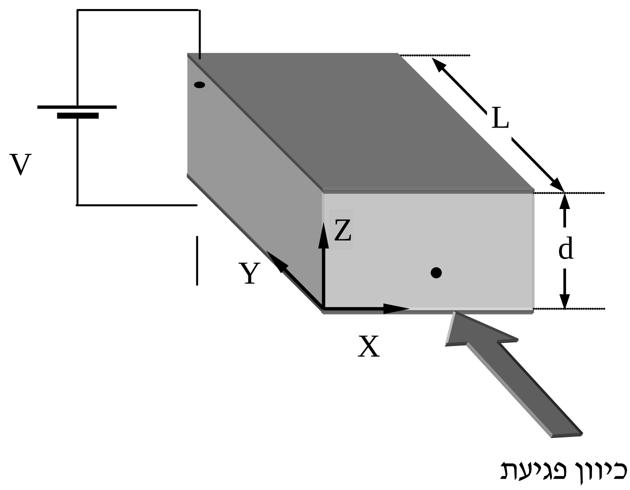
$$a = \frac{b\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{b\sin\alpha}{\sin(\alpha+\gamma)} = \frac{b\sin(\beta+\gamma)}{\sin\beta}$$

נספח ב'

גורמי השבירה של הגביש האורתורומבי KTP באורך הגל λ=632.8nm (אורך גל הפליטה של לייזר הליום-ניאון) הם n_x=1.7622 , n_y=1.7714 , ו- n_z=1.8649 .

א. תכנן את אורכה המדויק L של טבלת רבע גל לאורך הגל המדובר בסדר j=600 כאשר הפנים בהם פוגעת האלומה הם מישור (X,Z) (ראה הציור המצורף).

ב. הטבלה חתוכה בצורת תיבה שעובייה, d=1.5mm , הוא בכיוון ציר Z הגבישי (ראה ציור).
גביש זה שייך לחבורה הנקודתית (mm2) C_{2v} , וערכי הקבועים האלקטרואופטיים שלו הם r_{13}=9.5 pm/V , r_{23}=15.7 pm/V , ו- r_{33}=36.3 pm/V חשב את גודל המתח הרוחבי שיש להפעיל בין האלקטרודות המונחות על הפנים הניצבים לכיוון Z על מנת להפוך את הטבלה לטבלת חצי גל. מה יקרה אם נהפוך את קוטביות המתח?



ציור : מבנה של גביש KTP, המשמש כטבלה להשהייה ואפנון אלקטרואופטי של מצב הקיטוב של אלומה פוגעת. הציור מתייחס לתרגיל לעיל.

פתרון א :

נתון : λ=632.8 nm=6.328×10^{-5} cm ;

n_z=1.8649 ; n_x=1.7622

$j=600$

$L=?$

נוסחה יסודית: $L=\frac{(j+0.25)\lambda}{n_z-n_x}$.

הצבה: $L=\frac{600.25\times 6.328\times 10^{-5}}{1.8649-1.7622}=\frac{3.798382\times 10^{-2}}{0.1027}=3.6985\times 10^{-1}\,\text{cm}=3.6985\,\text{mm}$.

תשובה: אורך הטבלה צריך להיות $L=3.6985\,\text{mm}$.

פתרון ב:

נתון: $r_{13}=9.5\,\text{pm/V}=9.5\times 10^{-10}\,\text{cm/V}$

$r_{33}=36.3\,\text{pm/V}=36.3\times 10^{-10}\,\text{cm/V}$

$d=1.5\text{mm}=0.15\,\text{cm}$

$\mathbf{E}_z=?$

נוסחה יסודית 1: $L=\frac{(j+0.25)\lambda}{n_z-n_x}=\frac{(j+0.5)\lambda}{n'_z-n'_x}$.

פיתוח: (1) $\frac{n'_z-n'_x}{n_z-n_x}=\frac{(j+0.5)}{(j+0.25)}$.

נוסחה יסודית 2: על-פי הסימטריה הגבישית, הקשר של טנזור הקבועים האלקטרואופטיים עם השדה החשמלי החיצוני ניתן בצורה (ספר שני פרק 16 עמוד 498)

$$\begin{pmatrix}\Delta(n_x^{-2})\\ \Delta(n_y^{-2})\\ \Delta(n_z^{-2})\\ \Delta A_4\\ \Delta A_5\\ \Delta A_6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&r_{13}\\0&0&r_{23}\\0&0&r_{33}\\0&r_{42}&0\\r_{51}&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\mathbf{E}_x\\ \mathbf{E}_y\\ \mathbf{E}_z\end{pmatrix}$$

פיתוח: נציב את השדה החשמלי בצורה

$$\underline{\mathbf{E}}=\begin{pmatrix}0\\0\\ \mathbf{E}_z\end{pmatrix}$$

אזי

$$\frac{1}{n_z'^2}=\frac{1}{n_z^2}+r_{33}\mathbf{E}_z=\frac{1+n_z^2 r_{33}\mathbf{E}_z}{n_z^2}.$$

$$n_z'^2=\frac{n_z^2}{1+n_z^2 r_{33}\mathbf{E}_z}\underset{n_z^2 r_{33}\mathbf{E}\ll 1}{\cong} n_z^2\left(1-n_z^2 r_{33}\mathbf{E}_z\right)$$

נוציא שורש בשני האגפים :

$$n_z'\cong n_z\left(1-\tfrac{1}{2}n_z^2 r_{33}\mathbf{E}_z\right)=n_z-\tfrac{1}{2}n_z^3 r_{33}\mathbf{E}_z. \qquad (2)$$

ובאופן דומה נקבל גם

$$n_x'\cong n_x\left(1-\tfrac{1}{2}n_x^2 r_{13}\mathbf{E}_z\right)=n_x-\tfrac{1}{2}n_x^3 r_{13}\mathbf{E}_z \qquad (3)$$

בהצבת (2) ו- (3) ב- (1) לעיל נקבל

$$\frac{(j+0.5)}{(j+0.25)}=\frac{(n_z-n_x)-\frac{1}{2}(n_z^3 r_{33}-n_x^3 r_{13})\mathbf{E}_z}{(n_z-n_x)}=1-\frac{\frac{1}{2}(n_z^3 r_{33}-n_x^3 r_{13})\mathbf{E}_z}{(n_z-n_x)}.$$

נחלץ את $\mathbf{E}_z$:

$$\mathbf{E}_z=\frac{-2(n_z-n_x)}{(n_z^3 r_{33}-n_x^3 r_{13})}\left[\frac{(j+0.5)}{(j+0.25)}-1\right]$$

$$V_z=\frac{-2(n_z-n_x)}{(n_z^3 r_{33}-n_x^3 r_{13})}\left[\frac{(j+0.5)}{(j+0.25)}-1\right]d. \qquad (4)$$

בפיתוח הכופל בסוגרים המרובעים למקרה בו $j>>1$ נקבל

$$\left[\frac{(j+0.5)}{(j+0.25)}-1\right]=\frac{j\left(1+\frac{0.5}{j}\right)}{j\left(1+\frac{0.25}{j}\right)}-1\underset{j>>1}{\cong}\left(1+\frac{0.5}{j}\right)\left(1-\frac{0.25}{j}\right)-1=1+\frac{0.5}{j}-\frac{0.25}{j}-\frac{0.5\times0.25}{j^2}-1$$

$$\boxed{\cong\frac{0.25}{j}}$$

מכאן

$$V_z\cong\frac{-2(n_z-n_x)\times0.25d}{(n_z^3 r_{33}-n_x^3 r_{13})\,j}$$

<u>הצבה</u>:

$$V_z = \frac{-2\times(1.8649-1.7622)\times10^{10}\times0.25\times0.15}{(1.8649^3\times36.3-1.7622^3\times9.5)\times600}$$

$$V_z \cong \frac{-2\times0.1027\times10^{10}\times0.25\times0.15}{183.45\times600}=-699.8\ \mathrm{V}$$

<u>תשובה</u>: המתח שיש להפעיל על-מנת להסב את הטבלה מטבלת רבע גל לטבלת חצי גל הוא $-699.8\ \mathrm{V}$, כלומר בקוטביות המתוארת בציור. אם נהפוך את קוטביות המתח הטבלה לא תשנה את מצב הקיטוב של האלומה החולפת דרכה.