

אוניברסיטת בן-גוריון בנגב  
מזכירות אקדמית  
המרכז ללימודים קדם אקדמיים

תאור קורס למדעים מדויקים והנדסה/פרוייקט הישגים להייטק/פרוייקט עתידים לצה"ל  
תשע"ח

שם קורס בעברית:

מתמטיקה - הכנה לאקדמיה - חלק א' (5 יח"ל+)

מתמטיקה - הכנה לאקדמיה - חלק ב' (5 יח"ל+)

שם קורס באנגלית:

Mathematics level of 5+ unit A

Mathematics level of 5+ unit B

מס' קורס: 52952015, 52952016

אופן הוראה: שיעור ותרגיל

מספר שעות שיעור: 7

מספר שעות תרגול: 8

סוג מקצוע: חובה

• מטרת הקורס.

מטרת הקורס להעלות את רמת ידיעותיהם של התלמידים במתמטיקה ולהקנות הרגלי חשיבה ולמידה החיוניים בלימודים אקדמיים.

• נושאי הקורס:

**אלגברה**

**1. מושגי יסוד**

הגדרה אינטואיטיבית של קבוצה. איחוד, חיתוך, היסור קבוצות ופעולת השלמה בקבוצה אוניברסלית.  
קבוצות המספרים טבעיים (N), שלמים (Z), רציונאליים (Q), אי רציונאליים (I), ממשיים (R).  
סגירתן של קבוצות המספרים ביחס לפעולות חשבון חיבור, כפל, היסור, חילוק.  
התחלקות, חילוק עם שארית, מחלק משותף הגדול ביותר, מספרים זרים.  
מספר ראשוני. פירוק מספר טבעי לגורמים ראשוניים.  
סימני התחלקות ב- 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 11, 25.

**2. טכניקה אלגברית**

חוקי חזקות (מעריך שלם). מושג של חד איבר, רב איבר.  
נוסחאות של כפל מקוצר  $(a \pm b)^n$ ,  $a^n \pm b^n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , פתיחת סוגריים.

פירוק לגורמים: הוצאת גורם משותף, פירוק לפי קבוצות. פירוק טרינום ריבועי. השלמה לריבוע. טרינום דו ריבועי. ביטויים הומוגניים ריבועיים, חילוק פולינומים, משפט בז'ור. הערך המוחלט: הגדרה אלגברית והגדרה הנדסית. חוקי הערך המוחלט:

$$|a + b| \leq |a| + |b|, \left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}, |ab| = |a||b|$$

חוקי שורש ריבועי, פעולת שורש מסדר זוגי, פעולת שורש מסדר אי זוגי. חוקי השורש מסדר  $n$

$$\sqrt{a^2} = |a|, a, b < 0, \sqrt{ab} = \sqrt{-a} \cdot \sqrt{-b}$$

תחום הצבה של תבנית מספר. חשבון שברים אלגבריים צמצום, חיבור, חיסור, כפל, חילוק. פישוט שברים אלגבריים המכילים שורשים וערכים מוחלטים.

### 3. פונקציות.

הגדרה של פונקציה, תחום, טווח, מקור, תמונה. תכונות: פונקציה עולה, יורדת, פונקציה חד-חד ערכית, פונקציה "על", פונקציה זוגית ואי זוגית. הגדרה של גרף הפונקציה.

### 4. פעולות על פונקציות

$$|y| = |f(x)|, |y| = f(x), -f(-x), -f(x), f(-x), |f(x)|, f(|x|), f(x) + k, f(x + k)$$

### 5. הפונקציה הליניארית

פונקציה ליניארית (קווית).

נקודות חיתוך עם צירים, תחומי חיוביות ותחומי שליליות. תחומי עלייה ותחומי ירידה. ישרים מקבילים וניצבים, אזורי הישר "מעל" ו"מתחת". משוואת הישר בצורה מפורשת וסתומה שיפוע וזווית השיפוע. חיתוך, מקבילות, התלכדות של שני ישרים. שיפוע הישר על פי שתי נקודות שעליו, מרחק בין שתי נקודות, אמצע קטע.

### 6. חקירה ליניארית

פתרון משוואה בנעלם אחד, עם או בלי פרמטר, חקירת מספר הפתרונות. פתרון מערכת  $2 \times 2$  עם או בלי פרמטר, כולל חקירה ע"י שיטת קרמר. הקשר בין החקירה האלגברית לבין המצב הגיאומטרי של ישרים במערכת צירים.

### 7. הפונקציה הריבועית

פונקציה ממעלה שנייה (פרבולה): נקודות חיתוך עם הצירים, קדקוד הפרבולה, פרבולת "מינימום", פרבולת "מקסימום". ציר הסימטריה. תחומי חיוביות ותחומי שליליות. תחומי עלייה ותחומי ירידה. הצורה הקנונית, הקשר בין הדיסקרימיננטה ומספר הפתרונות, "פרבולות מרחפות" משפט ויטה, פירוק המשוואה לגורמים ע"י שורשיה וההבדל בין שורש לפתרון.

### 8. אי שוויונות

חוקי אי השוויון. אי שיוונים ליניאריים, ריבועיים, אי שוויון ממעלה גבוהה (שיטת הנחש) אי שוויון רציונלי ואי רציונלי. אי שוויונות עם ערך מוחלט המכילים ביטויים ליניאריים וריבועיים.

### 9. חקירת פונקציה ריבועית

חקירה פרמטרית של פונקציה ריבועית מבחינת מספר השורשים ו\או הפתרונות (לשים דגש על ההבדל). המקרה הליניארי של משפחת פרבולות, חקירת סימני השורשים. מיקום הקדקוד. חקירת פונקציה דו ריבועית רק מבחינת מספר הפתרונות. להראות את השקילות מבחינת מספר הפתרונות של  $f(x) = ax^2 + b|x| + c$  לפונקציה הדו ריבועית.

### 10. פתרון משוואות מסוגים שונים

משוואות שניתן לפתור ע"י הצבה: דו-ריבועית, תלת-ריבועית וכו' כולל משוואות מהצורה  $ax^4 + bx^3 + cx^2 + bx + a = 0$ . משוואה רציונאלית. משוואה אי רציונאלית. משוואה עם ערך מוחלט.

### 11. פונקציה מערכית

הרחבה של מושג חזקה עם מעריך ממשי. הגדרת הפונקציה  $f(x) = a^x$ . גרף של פונקציה מערכית ומשוואות מערכיות. אי שוויונות מעריכים.

### 12. פונקציה לוגריתמית

מושג פונקציה הפוכה. הגדרה של  $\log_a b$  ותחום הצבה. חוקי לוגריתמים ונוסחאות. גרף של הפונקציה  $f(x) = \log_a x$ . משוואות לוגריתמיות. אי שוויונות לוגריתמיים.

### 13. סדרות

סדרה חשבונית: הגדרה, איבר כללי, כלל נסיגה, סכום חלקי. סדרה הנדסית: הגדרה, איבר כללי, כלל נסיגה, סכום חלקי. טור הנדסי מתכנס. סדרות מעורבות. סדרות כלליות: טלסקופיות בעלות סימנים מתחלפים בלבד. כלל נסיגה: המעבר מאיבר כללי לכלל נסיגה וההיפך, סכום חלקי.

### 14. אינדוקציה

אקסיומת האינדוקציה המתמטית. הוכחות באמצעות שיטת האינדוקציה המתמטית. תכונות התחלקות, נוסחאות לסכומים, אי שוויונות ונוסחאות נסיגה.

### 15. קומבינטוריקה

עיקרון הכפל והחיבור. תמורות כולל במעגל. חליפות. חליפות עם חזרות. צירופים ללא חזרות. בינום של ניוטון. נוסחת האיבר הכללי, מספר איברים רציונליים.

## II. גיאומטריה

### 1. מושגים בסיסיים

אקסיומות מושגים ומשפטים בסיסיים. מצולע קמור ותכונותיו. מקומות גיאומטריים של חוצה זווית ואנך אמצעי.

### 2. משולש

המשולש ותכונותיו כולל אי שוויונות במשולש, נקודות מיוחדות במשולש. קטע אמצעים במשולש. מושג החפיפה בין משולשים והמשפטים הנלווים. כל סוגי המשולשים ותכונותיהם.

### 3. מרובעים

מרובעים. הגדרת המקבילית ומשפטים מספיקים עבורה. כל המקביליות המיוחדות כולל מעוין, דלתון וטרפז. לימוד של משפטים מיוחדים הקשורים להם. קטע אמצעים בטרפז וסוגי טרפזים.

### 4. שטחים

שטח משולש, שטח מקבילית, מעוין, מלבן וריבוע, דלתון, טרפז. משפט פיתגורס.

### 5. מעגל

הגדרה של מעגל, מרכז המעגל, רדיוס, מיתר, קוטר, קשת. מושג הרדיאן. זווית מרכזית, זווית היקפית זווית פנימית וחיצונית. משיק למעגל. זווית בין משיק למיתר. מעגל חוסם משולש, מעגל חסום במשולש. מעגל חוסם מרובע. מעגל חסום במרובע.

### 6. פרופורציה ודמיון

משפטי תאלס והרחבותיו. חלוקה פנימית וחלוקה חיצונית של קטע. משפט חוצה זווית פנימית של משולש ומשפט חוצה זווית חיצונית של המשולש. דמיון משולשים. משפטי דמיון של משולשים. קטעים מתאימים במשולשים דומים. יחס שטחים של משולשים דומים. פרופורציות במשולש ישר זווית. פרופורציות במעגל.

## III. הדו"א

### 1. דפרנציאלים

רקע כללי וחזרה לתחום ההגדרה וגפים של פונקציות אלמנטריות כמו ישר, פרבולה, שורש,  $\frac{1}{x^n}$  עם חזקה שלמה, פונקציה מערכית ולוגריתמית. עלייה, ירידה.

גבולות, כל אי הוודאיות בגבולות ופתרון (כולל  $0^0$ ,  $\infty^0$ ,  $0^0$ ,  $\infty \cdot 0$ ,  $\infty - \infty$ ,  $\frac{0}{\infty}$ ,  $\frac{\infty}{0}$ ,  $[1^\infty]$ ).

המשמעות הגרפית של תוצאת הגבול. סוגי אי רציפות, אסימפטוטה אנכית ומשופעות. מושג הנגזרת – כולל שליטה בהגדרת הנגזרת. נגזרות של כל הפונקציות האלמנטריות

כולל  $f(x) = (u(x))^{v(x)}$ . נגזרת פונקציה סתומה.

שימושי הנגזרת: משוואת המשיק, הנורמל, זווית בין עקומים, משיק מנקודה מחוץ לעקום, זווית ראייה לעקום. בעיות עם פרמטרים בנושא.

נגזרת מסדר גבוה ומשמעת הנגזרת השנייה.

מציאת תחומי מונוטוניות ונקודות קיצון מקומיות של פונקציה. משמעות נקודות אי גזירות והשפעתן על גרף הפונקציה. תחומי קמירות ונקודות פיתול, של כל הפונקציות האלמנטריות.

חקירה מלאה של פונקציות. קשר בין הגרפים של הפונקציה, נגזרת ונגזרת שנייה.

נקודות קיצון מוחלט ובעיות קיצון.

חזרה על בנייה ותכונות של גרפים של הפונקציות (על סמך גרף של הפונקציה  $f(x)$ )

$$-f(x), f(-x), |f(x)|, f(|x|), [f(x)]^2, \frac{1}{f(x)}, \sqrt{f(x)}, f(x) + k, f(x + k)$$

## 2. חשבון אינטגרלי

הקדמה והגדרה של האינטגרל הלא מסוים וחוקים.

שיטות אינטגרציה: אינטגרלים מידיים, הצבה פשוטה של פונקציה ונגזרתה הפנימית, אינטגרציה של שברים חלקיים, אינטגרלים של פונקציות טריגונומטריות. אינטגרציה בחלקים.

אינטגרל מסוים, תכונות. מושג השטח. חישוב שטחים יחסית לציר ה- $x$ . מושג הנפח של גוף סיבוב יחסית לציר ה- $x$ . בעיות המכילות פרמטרים. בעיות קיצון בנושא.

## IV. וקטורים

### 1. וקטורים. גישה גיאומטרית.

רקע כללי: מהו וקטור? שימושיו בתחומים שונים. הגדרה של וקטור. אורך וכיוון של וקטור היחידה.

חיבור וקטורים וכפל וקטור בסקלר. וקטורים מקבילים.

מושגים: בסיס. יחידות הצגה. הצירוף הליניארי והקשר שלו לתלות ואי תלות של וקטורים.

שימושים בהוכחת משפטים בגיאומטריה.

המכפלה הסקלרית, הוקטורית והמעורבת ללא תלות במערכת צירים. הסבר על הקשר בין המכפלות לשטח

משולש, נפח מקבילון, נפח פירמידה. זווית בין וקטורים.

### 2. וקטורים. גישה אלגברית.

מערכת צירים במרחב תלת ממדי. הצגת וקטור במערכת צירים: אורך, כיוון, וקטור יחידה, חשבון בין

וקטורים במערכת צירים. המכפלה הסקלרית, הוקטורית והמעורבת במערכת צירים.

- משוואת הישר בכל הצורות ומצב הדדי בין ישרים.

מציאת: זווית בין ישר לישר, מרחק בין ישר ונקודה מחוצה לו, מרחק בין ישרים מקבילים, נקודה סימטרית

ביחס לישר.

משוואת המישור ומצב הדדי בין מישורים. זווית בין מישורים, זווית בין ישר ומישור, מרחק נקודה ממישור

ובין מישורים מקבילים. נקודה סימטרית ביחס למישור.

נפח מקבילון, שטח משולש ומקבילית, נפח פירמידה. בעיות משולבות.

## V. גיאומטריה אנליטית

- משוואת הישר. אזורי המישור ביחס לישר. זווית בין ישרים. מרחק מנקודה לישר, שטח משולש. מעגל. משוואת המעגל. משיק למעגל. תנאי השקה.
- פרבולה כמקום גאומטרי. משוואתה, מוקד, מדריך, משיק לפרבולה, תנאי השקה.
- אליפסה כמקום גאומטרי. מוקדים, משוואת האליפסה. משיק לאליפסה, תנאי השקה.
- היפרבולה כמקום גאומטרי. מוקדים, משוואתה, אסימפטוטות. משיק להיפרבולה. תנאי השקה. מקומות גיאומטריים.
- משוואות המשיקים לכל הצורות משני הסוגים: בנקודה על העקום ומנקודה חיצונית לעקום.

## VI. מספרים מרוכבים

רקע, תכונות השדה. הצורה הקרטזית, הצורה הטריגונומטרית, הצורה הפולרית. מעבר בין פולריות לקרטזית ולהיפך. הצמוד, המודול. פעולות חשבון בסיסיות: חיבור, חיסור, כפל וחילוק. מישור גאוס. הוצאת שורש ריבועי ופתרון משוואה ריבועית. נוסחאות דה-מואבר. הוכחות בגיאומטריה בעזרת מרוכבים. ריכוז כל חוקי המספרים המרוכבים כולל מודול וארגומנט. הוצאת שורש n-י כולל תכונות השורשים מסדר n. שורשי היחידה מסדר n ותכונותיהם. בעיות המכילות סדרות, בעיות המכילות חקירה באלגברה עם פרמטרים. מקומות גיאומטריים ע"י שימוש במספרים מרוכבים.

## VII. טריגונומטריה

### 1. המעגל הטריגונומטרי ומסקנותיו

הכרת המעגל הטריגונומטרי. ההגדרה של סינוס, קוסינוס, טנגנס וקוטנגנס באמצעות המעגל הטריגונומטרי. זהויות בסיסיות. חישובים במשולש (ישר זווית, שווה שוקיים וכו' על סמך הגדרה הנ"ל). גרפים של הפונקציות הטריגונומטריות, הסבר בעזרת הגרפים על: הזזה, משרעת, שיקופים ומתיחות. הרחבת הזהויות. לדוגמה חלק מהזהויות:  $\sin(\alpha \pm \beta)$ ,  $\cos(\alpha \pm \beta)$ ,  $\sin \alpha \pm \sin \beta$ ,  $\cos \alpha \pm \cos \beta$ . הוכחת זהויות.

### 2. משוואות טריגונומטריות

משוואות טריגונומטריות בסיסיות ( $\tan x = b$ ,  $\cos x = b$ ,  $\sin x = b$ ) משוואות טריגונומטריות מסוגים שונים ואי שוויונות. הגדרה של פונקציה מחזורית ובעזרתה מציאה של אורך גל - מחזוריות.

### 3. שימושים בטריגונומטריה

משפט הסינוסים, משפט הקוסינוסים. שימוש בהם לפתרון שאלות בגיאומטריה והוכחת תכונות במשולש.

## VIII. הנדסת המרחב

### מושגים בסיסיים של גיאומטריה המרחב

מושגי יסוד. אקסיומות ומשפטי יסוד. ישר ומישור. מצב הדדי בין ישרים, בין מישורים ובין ישר ומישור. זווית בין הישרים. זוויות בין מישורים. אנך למישור.

משפטים על משופעים והיטליהם ומסקנותיהם. זווית בין ישר למישור.  
פאונים : מנסרות, פירמידות. (כל פירמידה ומנסרה אפשרית עם כל בסיס קמור)  
נוסחאות שטח פנים, שטח מעטפת ונפח שלהם.  
היחס בין צלעות, שטחי פנים, מעטפת, ונפחים של גופים דומים.  
פתרון בעיות במרחב תוך שימוש בגיאומטריה וטריגונומטריה.

**\*\* לתשומת לבכם: במהלך השנה יתכנו שינויים בסילבוס (הוספה או הורדה של נושא, שינוי סדר הנושאים).**

#### • ביבליוגרפיה:

1. בני גורן, מתמטיקה (4 ו-5 יחידות לימוד) חלק א' שאלונים: 035804 ו-035806
2. בני גורן, מתמטיקה (5 יחידות לימוד) חלק ב'-1 שאלון 035806
3. בני גורן, מתמטיקה (5 יחידות לימוד) חלק ב'-2 שאלון 035806
4. בני גורן, מתמטיקה (5 יחידות לימוד) חלק ג'-1 שאלון 035807
5. בני גורן, מתמטיקה (5 יחידות לימוד) חלק ג'-2 שאלון 035807
6. גליונות עבודה עצמית באתר הקורס.

#### • מטלות/דרישות הקורס

- השתתפות מלאה בשיעורים, תרגולים ומעבדה(הגשת דוחות), עבודה עצמית עפ"י דרישות המורים, מבחן בסוף כל מחצית.