



בחינת כניסה במתמטיקה

סמסטר קיץ תשפ"ג, לקרהת שנת הלימודים תשפ"ד

קורס מס' 506-5-0002, 506-5-0003.

תאריך הבחינה: 15.08.2023

מרצה: אמריר גוריון.

משך הבחינה - 3 שעות (כולל הארכת זמן, אין הארכות זמן נוספת).

בחינה לא ניתן להשתמש במחשבון, בחומר עזר או בדף נוסחאות.

הוראות לנבחן:

- בבחינה זו 9 שאלות. משקל כל שאלה, רשום בגוף השאלה.
- בשאלות 7-1 יש לכתוב תשובה סופית בלבד על גבי השאלה.
- בשאלות 9-8 יש להציג פתרון מלא, גם כן על גבי השאלה.
- חובה להגיע בכל ביטוי מתמטי לצורה פשוטה ביותר.
- לרשותכם מחברת המיעדת לפתרון התרגילים. שימוש לב – המחברת לא תידק*. רק מה שכותב על גבי השאלה ידק!

(* לאחר פרסום הציגנים תוכלו לערער ולבקש לבדוק במחברת את דרך הפתרון של שאלות מסוימות.)

בהצלחה!

שאלה 1 – טכnika אלגברית – 13 נקודות

חשבו את ערכי הביטויים הבאים: (אין להשאיר תשובה עם סימן שורש)

$$\frac{\frac{3}{7} \cdot \frac{5}{6} + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0.4 - 1 : 1 \frac{1}{6}}{\left(\left(1 \frac{1}{2} \right)^3 - \frac{3}{4} \right) : \frac{7}{8}} = \boxed{\frac{1}{6}}$$

א. (5 נק')

$$\sqrt{\frac{22 : (7 + 2^2)}{\sqrt{4^3 + 2^4} - (-1^3)}} = \boxed{2}$$

ב. (4 נק')

$$(\sqrt{3 + \sqrt{5}} + \sqrt{3 - \sqrt{5}})^2 = \boxed{10}$$

ג. (4 נק')

שאלה 2 – משוואות – 18 נקודות

פתרו את המשוואות הבאות:

$$\sqrt{2x^4 - x^2 - 3} = -2x \quad \text{א. (6 נק')}$$

תשובהך:

$$x = -\sqrt{3}$$

$$\frac{5}{x^2+x-6} + \frac{8}{x^2-4} = \frac{3}{x-2} \quad \text{ב. (6 נק')}$$

תשובהך:

$$x = -\frac{8}{3}$$

$$\begin{cases} x^2 - 5(y+1)^2 = -4x \\ \frac{x+y}{4} + \frac{6x+5y}{8} = \frac{1+y}{2} - \frac{5y-4}{8} \end{cases} \quad \text{ג. (6 נק')}$$

תשובהך:

$$(1, 0), (5, -4)$$

שאלה 3 – אי שוויונות – 10 נקודות

פתרו את אי השוויונות הבאים :

א. (4 נק) $4(5x - 2)^2 - 4(x + 9) \leq (10x + 3)^2 + 7$

$X \geq -\frac{1}{4}$ תשובה :

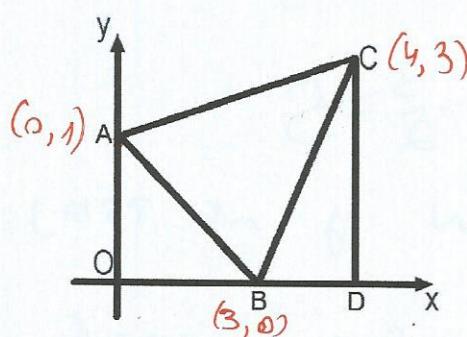
ב. (4 נק) $(3x - 8)(2x + 1) < 10(1 - x)$

$-\frac{3}{2} < X < 2$ תשובה :

ג. (2 נק) $4(5x - 2)^2 - 4(x + 9) \leq (10x + 3)^2 + 7$

וגם $(3x - 8)(2x + 1) < 10(1 - x)$

$-\frac{1}{4} \leq X < 2$ תשובה :



שאלה 4 – הנדסה אנליטית – 10 נקודות

שתיים מצלעות המשולש ABC מונחות על הישרים

$y = 3x - 9$, $y = \frac{x}{2} + 1$. א נך היורד מנקודה C

לציר X, חותך את ציר X הנקודה D. (ראו שרטוט).

א. (4 נק) מצאו את שוררי קודקוד המשולש.

A(0, 1), B(3, 0), C(4, 3) תשובה :

ב. (3 נק) חשבו את שטח הטרפז AODC.

8 תשובה :

ג. (3 נק) חשבו את שטח המשולש ABC.

5 תשובה :

שאלה 5 – הנדסה אנליטית – 5 נקודות

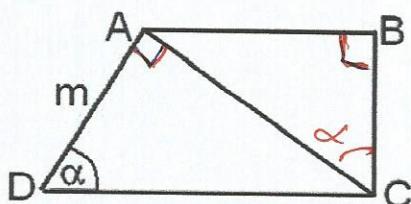
? $4y - 23x + 20 = 0$ מקביל לישר $|3a^2 - 1| = y$ ערכי a , הישר x ?

תשובה: $\alpha = \pm \frac{3}{2}$

שאלה 6 – טריגונומטריה – 12 נקודות

$$\frac{(\cos^6 40^\circ)^4 \cdot (\sin^3 30^\circ)^3}{(\sin^3 50^\circ)^8 \cdot (\cos^2 45^\circ)^8} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

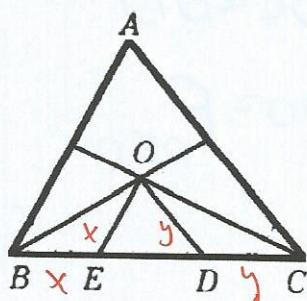
א. (6 נק) חשבו:



ב. (6 נק) בטרפז ישר זוויות $ABCD$. נתון: $(AB \parallel CD, \angle C = 90^\circ)$. $AC \perp AD$: $\angle ADC = \alpha$, $AD = m$. הביעו את אורך הבסיס AB באמצעות α ו- m .

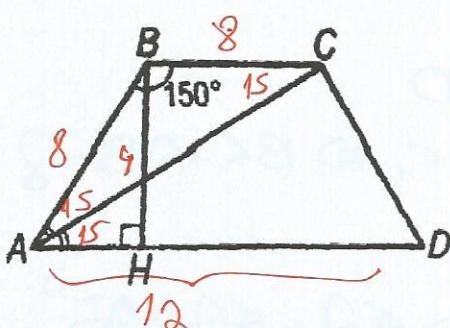
תשובה: $AB = m \sin \alpha \tan \alpha$

שאלה 7 – גיאומטריה – 10 נקודות (אין קשר בין סעיפים השאלה).



א. (5 נק) חוצי הזווית B, C במשולש ABC נפגשים בנקודה O . הנקודות D, E נמצאות על הצלע BC כך ש- $OE \parallel AB, OD \parallel AC$. נתון: $BC = 5$. חשבו את היקף המשולש EOD .

תשובה: $P_{EOD} = 5$



ב. (5 נק) בטרפז $ABCD$ נתון: $(AD \parallel BC)$, $AB = 8, AD = 12, \angle ABC = 150^\circ$, $\angle BAD = 150^\circ$. חוצה זוית $\angle BAD$. חשבו את שטח ACD . הטרפז $ABCD$.

תשובה: $S_{ABCD} = 40$

$$\frac{8+12}{2} \cdot 4 = 40$$

שאלה 8 – טכnika אלגברית – 10 נקודות

פשו את הביטוי הבא. הציגו את שלבי החישוב:

$$\cdot \frac{1}{2} - \frac{x^3 - 16x}{2x-24} \cdot \left(\frac{2}{x^2-16} - \frac{1}{x^2-8x+16} \right) = \frac{-2}{x-4}$$

(1c)

$$\frac{2}{x^2-16} - \frac{1}{x^2-8x+16} = \frac{2}{(x-4)(x+4)} - \frac{1}{(x-4)^2}$$

$$\frac{2x-8-x-4}{(x-4)^2(x+4)} = \frac{x-12}{(x-4)^2(x+4)}$$

(n)

$$\frac{x^3 - 16x}{2x-24} \cdot \frac{x-12}{(x-4)^2(x+4)} = \frac{x(x-4)(x+4)(x-12)}{2(x-12)(x-4)^2(x+4)}$$

$$= \frac{x}{2(x-4)}$$

(z)

$$\frac{1}{2} - \frac{x}{2(x-4)} = \frac{x-4-x}{2(x-4)} = \frac{-4}{2(x-4)} = \frac{-2}{x-4}$$

שאלה 9 – גיאומטריה – 12 נקודות

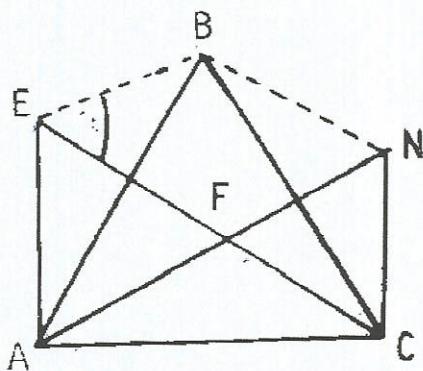
המשולשים $\triangle AEF$, $\triangle ABC$ ו- $\triangle FCN$ הם משולשים

שווים צלעות. נסמן: $\alpha = \angle BEC$. הוכיחו:

$$\triangle AEB \cong \triangle AFC \quad (\text{א. } 4 \text{ נק})$$

$$\alpha = 60^\circ \quad (\text{ב. } 4 \text{ נק})$$

ג. (4 נק) מרובע $EBNF$ הוא מקבילית.



$$(\triangle AEF \text{ בז'ונט } \sim \text{ס'ז}) \quad AE = AF \quad (\text{א.})$$

$$(\triangle ABC \text{ בז'ונט } \sim \text{ס'ז}) \quad AB = AC$$

$$\angle EAB = \angle FAC = 60^\circ \quad \cancel{\beta} = \angle BAN \quad (\text{ב.})$$

$$(60^\circ \text{ בז'ונט } \sim \text{ס'ז}) \quad \angle B = \angle F$$

$$(\text{ס. ס. ס.}) \quad \triangle AEB \cong \triangle AFC$$

$$(\text{ב. ס. ס.}) \quad \angle AFC = \angle FAE + \angle AEF = 120^\circ \quad (\text{ז.})$$

$$(\triangle AEF \text{ בז'ונט}$$

$$(\text{ב. ס. ס.}) \quad \angle AEB = \angle AFC = 120^\circ$$

$$\cancel{\angle AEB - \angle AEF} = 120^\circ - 60^\circ = 60^\circ$$

$$(\text{ז. ס. ס.}) \quad \angle EFN = 120^\circ \quad (\text{ז.})$$

$$\angle EFN, \angle FNC = 30^\circ \quad (\text{בז'ונט } \angle FNC = 30^\circ) \quad EB \parallel FN$$

$$(\angle FNC = 30^\circ)$$

$$(\triangle FCN \text{ בז'ונט } \sim \text{ס'ז}) \quad FN = FC$$

$$(\text{בז'ונט } \angle FNC = 30^\circ) \quad EB = FC$$

$$FN = EB \Leftarrow$$

$$(\text{ס. ס. ס. } \angle FNC = 30^\circ) \quad \triangle EBNF \Leftarrow$$

$$(\text{בז'ונט } \angle FNC = 30^\circ)$$

$$(1)(\text{a}) \frac{\frac{3}{7} \cdot \frac{5}{6} + 2 \frac{1}{2} \cdot 0.4 - 1 : 1 \frac{1}{6}}{\left(\left(1 \frac{1}{2}\right)^3 - \frac{3}{4}\right) : \frac{7}{8}} = \frac{\frac{2}{7} \cdot \frac{5}{6} + \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{10} - \frac{1}{1} \cdot \frac{6}{7}}{\left(\left(\frac{3}{2}\right)^3 - \frac{3}{4}\right) : \frac{8}{7}} =$$

$$\frac{\frac{5}{14} + 1 - \frac{6}{7}}{\left(\frac{27}{8} - \frac{6}{8}\right) : \frac{8}{7}} = \frac{\frac{5+14-12}{14}}{\frac{21}{8} : \frac{8}{7}} = \frac{\frac{7}{14}}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{2} : 3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \boxed{\frac{1}{6}}$$

$$(1)(\text{m}) \sqrt{\frac{[22 : (7+2^2)] + (7^2 - 15)}{\sqrt{4^3 + 2^4} - (-1)^3}} = \sqrt{\frac{[22 : (7+4)] + (49 - 15)}{\sqrt{64 + 16 + 1}}} =$$

$$\sqrt{\frac{22 : 11 + 34}{\sqrt{81}}} = \sqrt{\frac{2+34}{9}} = \sqrt{\frac{36}{9}} = \sqrt{4} = \boxed{2}$$

$$(1)(\text{n}) (\sqrt{3+\sqrt{5}} + \sqrt{3-\sqrt{5}})^2 = \frac{3+\sqrt{5}}{a^2} + \frac{2\sqrt{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})}}{+2ab} + \frac{3-\sqrt{5}}{b^2} \\ = 6 + 2\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2-b^2}} = 6 + 2\sqrt{4} = 6 + 2 \cdot 2 = \boxed{10}$$

$$(2)(\text{a}) \sqrt{2x^4 - x^2 - 3} = -2x \quad \uparrow^2$$

$$2x^4 - x^2 - 3 = 4x^2$$

$$2x^4 - 5x^2 - 3 = 0$$

$$2t^2 - 5t - 3 = 0$$

$$t_1 = -\frac{1}{2}, \quad t_2 = 3$$

$$\cancel{x^2 = -\frac{1}{2}} \quad \cancel{x^2 = 3}, \quad x = -\sqrt{3}$$

$$(2)(\text{p}) \frac{5}{x^2+x-6} + \frac{8}{x^2-4} = \frac{3}{x-2}$$

$$\frac{x+2}{x-2} \frac{5}{(x-2)(x+3)} + \frac{x+3}{(x-2)(x+2)} \frac{8}{(x-2)(x+3)} = \frac{3}{x-2}$$

$$\boxed{x \neq 2, -2, -3}$$

$$5(x+2) + 8(x+3) = 3(x^2 + 5x + 6)$$

$$5x + 10 + 8x + 24 = 3x^2 + 15x + 18$$

$$0 = 3x^2 + 2x - 16$$

$$\boxed{x_1 = -\frac{8}{3}}$$

$$\cancel{x_2 = 2}$$

$$(2x2) \begin{cases} x^2 - 5(y+1)^2 = -4x \\ \frac{x+y}{4} + \frac{6x+5y}{8} = \frac{1+y}{2} - \frac{5y-4}{8} \end{cases}$$

$$(II) \frac{x+y}{4} + \frac{6x+5y}{8} = \frac{1+y}{2} - \frac{5y-4}{8}$$

$$2x + 8y + 6x + 5y = 4 + 4y - 5y + 4$$

$$8x = -8y + 8 \quad | :8$$

$$\boxed{x = 1-y}$$

$$(I) (1-y)^2 - 5(y+1)^2 = -4(1-y)$$
~~$$-2y + y^2 - 5y^2 - 10y - 5 + 4 - 4y = 0$$~~

$$-4y^2 - 16y = 0 \quad | :(-4)$$

$$y^2 + 4y = 0$$

$$y=0 \quad y=-4$$

$$x=1-0 \quad x=1-(-4)$$

$$\boxed{(1, 0)} \quad \boxed{(\overline{5}, -4)}$$

$$(3)(c) 4(5x-2)^2 - 4(x+9) \leq (10x+3)^2 + 7$$

~~$$100x^2 - 80x + 16 - 4x - 36 \leq 100x^2 + 60x + 9 + 7$$~~

$$-144x \leq 36 \quad | :(-144)$$

$$\boxed{x \geq -\frac{1}{4}}$$

$$(P) (3x-8)(2x+1) < 10(1-x)$$

$$6x^2 - 16x + 3x - 8 < 10 - 10x$$

$$6x^2 - 3x - 18 < 0 \quad | :3$$

$$2x^2 - x - 6 < 0$$

$$\boxed{-\frac{3}{2} < x < 2}$$

$$\boxed{-\frac{1}{4} \leq x < 2}$$

$$y = \frac{x}{2} + 1 \quad \text{then } B \subset A \subset \text{then } (4)$$

$$y = 3x - 9 \quad \text{then} \quad B \subset \text{then}$$

$$\boxed{A(0,1)}$$

$$y=1 \Leftrightarrow x=0 \quad y \sim 3 \text{ per } A \in \mathbb{R}^{n,n} = A \quad (k)$$

$$B(3,0)$$

$$x=3 \Leftarrow y=0 \times \sqrt{3} \text{ for } BC \text{ then } = B$$

$$\frac{x}{2} + 1 = 3x - 9$$

$$-2,5x = -10$$

$$\boxed{x=4} \Rightarrow y=3, \quad \boxed{C(4,3)}$$

$$S_{AODC} = \frac{(AD + CD) \cdot OD}{2} = \frac{(1+3) \cdot 4}{2} = \boxed{8} \quad (\textcircled{a})$$

$$S_{A \oplus B} = \frac{1 \cdot 3}{2} = \frac{3}{2} = \frac{OA \cdot OB}{2}$$

$$S_{BDC} = \frac{3 \cdot 1}{2} = \frac{3}{2} = \frac{BD \cdot CP}{2}$$

$$S_{ABC} = S_{AODC} - S_{AOB} - S_{BDC} = 8 - \frac{3}{2} - \frac{3}{2} = \boxed{5}$$

$$4y - 23x + 20 = 0 \quad \text{when } y \approx 33\% \quad (5)$$

$$y = \frac{23}{5}x - 5$$

לפניהם נציגים מילדי שיבת ציון

$$B(a^2 - 1) = \frac{23}{4}$$

$$3a^2 - \frac{1}{4} = \frac{23}{4}$$

$$3a^2 = \frac{2}{L}$$

$$a = \pm \frac{3}{2}$$

$$3a^2 - 1 = -\frac{23}{4}$$

$$\frac{32}{4} = \frac{19}{4}$$

per' h

$$\frac{(\cos^6 45^\circ)^4}{(\sin^3 50^\circ)^8} = \frac{\cos^{24} 45^\circ}{\sin^{24} 50^\circ} = \frac{\cos^{24} 45^\circ}{\cos^{24} 45^\circ} = 1 \quad (k)(6)$$

$$\frac{(\sin 30^\circ)^3}{(\cos^2 45^\circ)^8} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^3}{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}^8 = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^9}{\left(\frac{1}{2}\right)^8} = \frac{1}{2}$$

$$\tan \alpha = \frac{AC}{AD} = \frac{AC}{m} \quad : \triangle ACD \quad \rightarrow (2)(6)$$

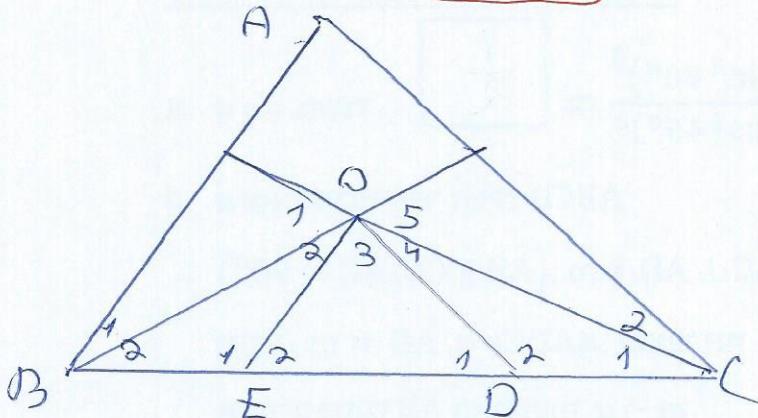
$$A \subset m \tan \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{AB}{m \tan \alpha}$$

$$\therefore \Delta ABC \sim \Delta$$

$$AB = m \sin \theta \cos \alpha$$

(1<) (7)

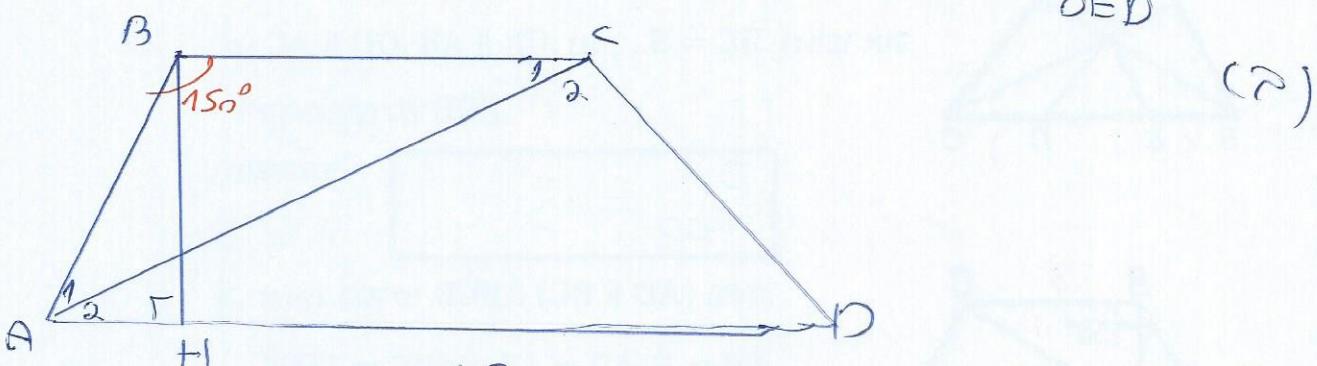


$$\Delta O_2 = \Delta B_1 = \Delta B_2 \Rightarrow BE = EO$$

دالهای دوستی
 میان B_1 و B_2
 میان O_1 و O_2

$$\Delta O_1 = \Delta C_1 = \Delta C_2 \Rightarrow DC = DO$$

$$5 = BC = BE + ED + DC = EO + ED + DO = P_{OED}$$



$$\angle A_1 = \angle A_2 = \angle C_1 \Rightarrow BC = AB = 8$$

~'ls \overrightarrow{AB} $A \in$ \overrightarrow{BC} ~'ls
 प्रिया $P \cap U \neq \emptyset$

$$\angle A_1 \neq \angle B_1 + \frac{\angle A_2 - 180^\circ}{150^\circ} \Rightarrow \angle A_1 = \angle A_2 - 15^\circ$$

$$\angle A = \angle A_1 + \angle A_2 = 30^\circ \Rightarrow \text{Area} = \frac{AB}{2} = 1$$

$$S_{\text{AAEP}} = \frac{AD+BC}{2} \cdot BH = \frac{12+8}{2} \cdot 4 = 40$$