



תאריך הבחינה: 19.08.2022

בחינת כניסה במתמטיקה - עולים לאקדמיה

מספר הקורס: 050052022

שנה: תשפ"ב

משך הבחינה: 3 שעות

חומר עזר: אין מחשבון,

דפי נוסחאות מצורפים

Дата экзамена: 19.08.2022

Вступительный экзамен по математике

Номер курса: 050052022

Продолжительность экзамена: 3 часа

Дополнительные материалы: листы с

формулами прилагаются

Задание 1. (16%)

Даны функции : $f(x)$ и $g(x)$.

$$f(x) = \frac{x\sqrt{(x-1)^2}}{|x|} \quad \text{и} \quad g(x) = \begin{cases} 2, & 1 \leq x < 2 \\ 2\sqrt{x-1}, & x \geq 2 \end{cases}$$

- Найдите область определения функций.
- Начертите графики функций $f(x)$ и $g(x)$ в одной и той же системе координат и найдите область в которой определены обе функции.
- При каких значений x из этой области $f(x) > g(x)$?
- Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями

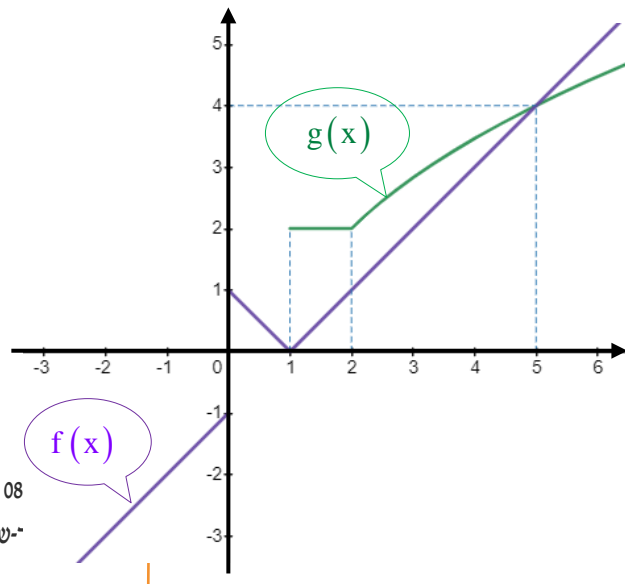
$$y = f(x), \quad y = g(x), \quad x=1 \quad \text{и} \quad x=5.$$

Ответ. а. $f(x): x \neq 0$, $g(x): x \geq 1$

б.

в. $(5, \infty)$

г. $3\frac{1}{3}$





Задание 2. (12%) Решите неравенство:

$$0.3^{\log_{1/3}\left(\log_2\left(\frac{3x+6}{x^2+2}\right)\right)} > 1$$

Ответ. $-\frac{1}{2} < x < 2$.

Задание 3. (12%) Решите уравнение: $\frac{8}{1 - \cos 2x} = \frac{5}{\tan^2 x} + 3$.

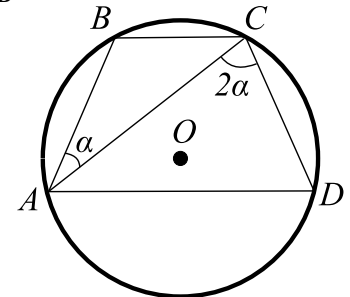
Ответ. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k, k = 0, \pm 1, \dots$

Задание 4. (20%)

Равнобедренная трапеция $ABCD$ вписана в окружность радиуса R . Диагональ трапеции AC образует с боковыми ребрами углы α и 2α .

а. Докажите, что площадь этой трапеции равна

$$S = 2R^2 \sin 3\alpha \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2}$$



б. Дано : высота трапеции равна $\cos 20^\circ$ см, а центральный угол опирающийся на дугу CD равен 60° .

Найдите радиус окружности.

Ответ. б. $R = 1$



Задание 5. (16%)

Точка $M(x_M, y_M)$ вершина параболы $y = x^2 + 216$.

Точка $A(x_A, y_A)$ находится на прямой $y = 27x$.

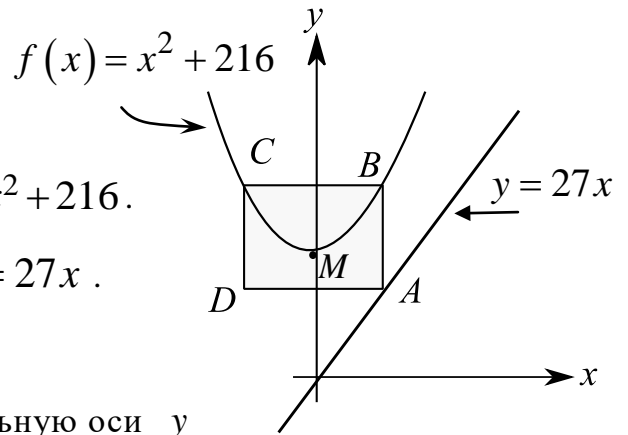
Дано что $y_A < y_M$ (см. рисунок).

Из точки A проводим прямую, параллельную оси y
и пересекающую параболу в точке B .

Из точки B проводим прямую, параллельную оси x и пересекающую
параболу в точке C . Четырёхугольник $ABCD$ прямоугольник со
сторонами параллельными осям координат.

Для какого значения x_A площадь прямоугольника $ABCD$ будет
минимальной ?

Ответ. $x_A = 12$.



Задание 6. (24%) График функции $f(x) = \frac{4x + k}{x(x - 2)}$ (k параметр)

проходит через точку $\left(-\frac{1}{4}, 0\right)$.

1. (18%)

1а. Найдите параметр k . Подставьте найденное значение k
и ответьте на следующие пункты :

1б. Найдите область определения функции и точки пересечения функции
с осями координат.

1в. Найдите уравнения асимптот к графику функции .

1г. Найдите координаты точек экстремума функции $f(x)$ и определите
их тип .



1д. Начертите схематический график функции $f(x)$ (не нужно искать точки перегиба) .

2. (6%)

2а. Начертите схематический график функции $y = |f(x)|$.

2б. Найдите для какого значения параметра m для уравнения $|f(x)| = m$ есть

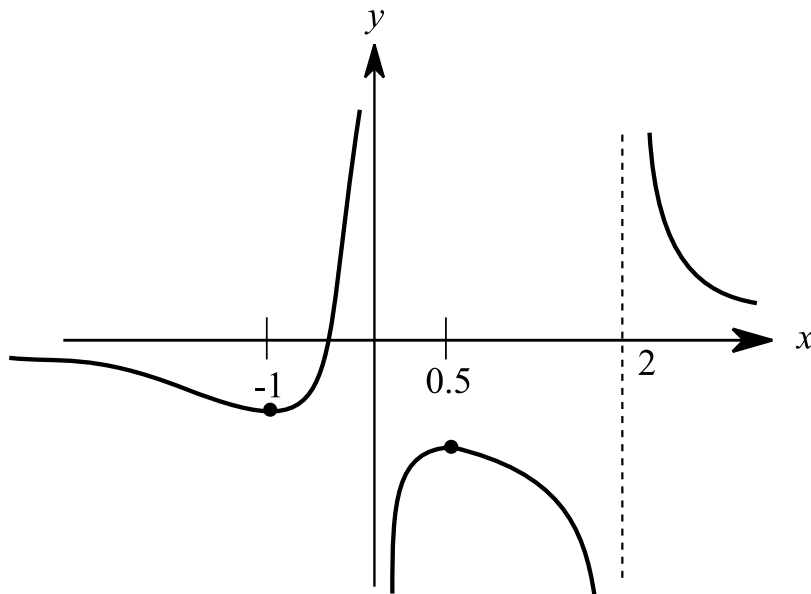
- (1) - только одно решение,
- (2) - есть только 4 решения,
- (3) - нет решения .

Обоснуйте свой ответ.

Ответ. 1а. $k = 1$, **1б.** $\{x \neq 0, x \neq 2\}$, $\left(-\frac{1}{4}, 0\right)$

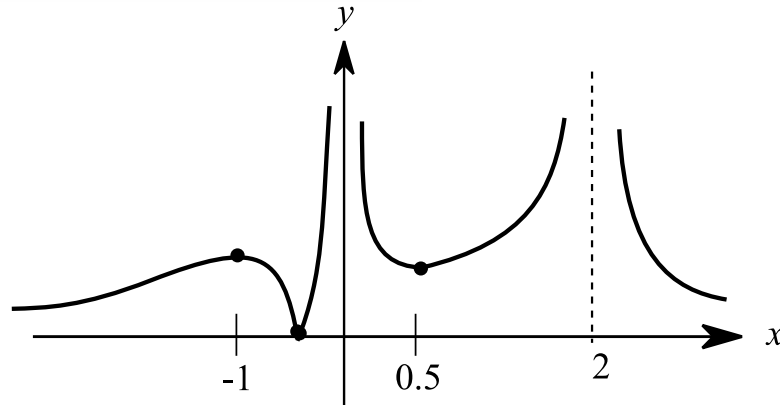
1в. $y = 0, x = 0, x = 2$. **1г.** максимум $\left(\frac{1}{2}, -4\right)$, минимум $(-1, -1)$.

1д.





2а.



26. У уравнения $|f(x)| = m$ есть

- (1) - только одно решение при $m = 0$
- (2) - есть только 4 решения при $m > 4$
- (3) - нет решения при $m < 0$.