

# ריסון דינמי

מכונות 2

13/02/2013

Ben Gurion University

Isaac Maman

## הוראות בטיחות:

- המעבדות הן שטח תפעולי המשופע בעצמים חמים וזרמי חשמל גבוהים.
- מותר לסטודנטים לעבוד במעבדה רק כאשר נמצא במקום עובד מסגל המעבדה ו/או מדריך מוסמך אשר מודע לניסוי אותו הם מבצעים .
- אין להכניס למעבדה מזון ושתייה. אין לאכול, לשתות או לעשן במעבדה. אסור להשתמש בטלפונים סלולריים בתוך המעבדה (המעבדה היא שיעור לכול דבר)
- לבעלי שיער ארוך- חובה לאסוף את השער בכניסה לכל חדר מעבדה או ניסוי ולהכניסו מתחת לחולצה
- אין לעבוד עם שרוולים ארוכים ולא רכוסים ו/או בגדים רפויים
- סטודנט שלא יגיע עם נעליים סגורות -היינו נעלים סגורות באופן מלא גם מלפנים (אצבעות רגליים) וגם מאחור (קרוסול חשוף) לא יוכל לבצע המעבדה ולא יקבע לו שיבוץ מחדש. הערה- אין להגיע עם נעלי "CROCS" למעבדות
- בכל מקרה של ספק או חשש בהפעלה של מערכת הניסוי יש להתייעץ עם המדריך או איש הסגל האחראי. חל איסור חמור על הפעלת מערכות ניסוי ללא אישור טכנאי או מדריך ו/או במידה ויש ספק או חשש.
- לא יקבע מועד שיבוץ חדש לסטודנט אשר לא ימלא חובות אלו

- חל איסור על הישענות על קונסטרוקציית המתכת.
- הקפד על סביבת עבודה נקייה- ציוד שאינו בשימוש, החזר אותו למקומו.
- אל תכניס ידים או כלים לא נחוצים למכלול
- מכלול זה רועד- שים לב!
- אל תסובב שום חוגה או לחצן אלא רק לאחר אישור מפורש
- לא יודע כיצד להפעיל? קרא למדריך או טכנאי.

## ריסון דינמי

### 1. מטרת הניסוי

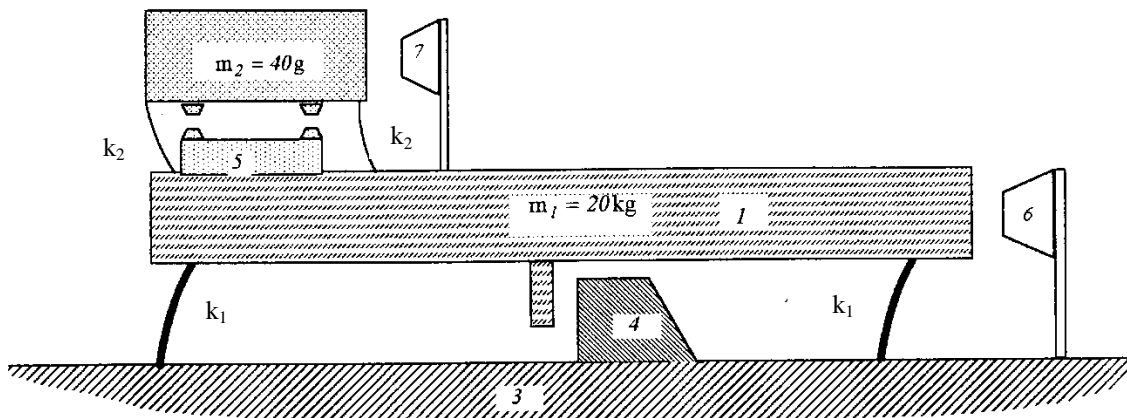
תוגדר ע"י הסטודנט.

### 2. מבוא

מערכות הנדסיות רבות המורכבות ממסה ואלמנט אלסטי כמו קפיץ, למשל, מסוגלות לבצע תנועה יחסית. אם התנועה חוזרת על עצמה כל פרק זמן קבוע (בתדירות קבועה), תנועה זו נקראת **תנודה**. תנודות, באופן כללי, הן מקור לבזבז אנרגיה ולכן לא רצויות במקרים רבים בכלל ובמכניזמים בפרט. במכניזמים רבים התנודות גורמות לרעש, חוסר דיוק, התעייפות החומר ממנו בנויה המכונה ולנזקים אחרים. התנועה החופשית של מערכת אלסטית בדרגת חופש אחת, כאשר לא פועל עליה כוח חיצוני, פרט להפרעה התחלתית, היא תנוד בתדר אחד ויחיד הוא **התדר העצמי** של המערכת. תדר עצמי הוא תכונה של המערכת והוא תלוי במסת המערכת ובקשיחותה. כאשר פועל על המערכת אילוץ הרמוני מחזורי היא תנוד בתדירותו של הכוח המאלץ. כידוע מתורת התנודות, במצב שבו תדר האילוץ שווה או קרוב לתדר העצמי של המערכת מתקבלת תנועה עם אמפליטודת תנודות מקסימלית. תופעה זאת נקראת **תהודה** (resonance).

במעבדה זו נחקר תנודות מאולצות של מערכת אלסטית (מסה וקפיץ) בעלת דרגת חופש אחת ושיטה דינמית לריסון תנודות.

### 3. מערכת הניסוי

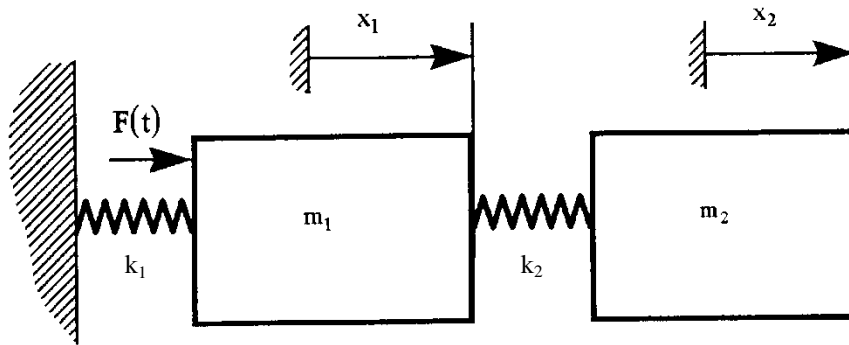


איור 1.

1. פלטפורמה.
2. מסת עזר.
3. בסיס.
4. מגנט חשמלי יוצר שדה מגנטי מחזורי.
5. מגנט חשמלי יוצר שדה מגנטי קבוע.
6. חיישן אלקטרומגנטי מודד אמפליטודת תנודות של פלטפורמה 1.
7. חיישן אלקטרומגנטי מודד אמפליטודת תנודות של מסת עזר 2.

מערכת הניסוי מתוארת באיור 1. פלטפורמה 1 עשויה מאלומיניום מחוברת לבסיס 3 ע"י קפיצים בעלי קשיחות  $k_1$ . מגנט חשמלי 4 מפעיל שדה מגנטי מחזורי על הפלטפורמה, כתוצאה מכך היא רועדת בתדירות של הכוח המאלץ. ניתן לשנות תדירות אילוץ זו בעזרת גנרטור. מערכת זו הינה מודל של המערכות האלסטיות המעשיות אשר נמצאות תחת השפעת כוחות מחזוריים (תן דוגמא). כדי לרסן את תנודות הפלטפורמה משתמשים במערכת ריסון הכוללת את מסת העזר 2 המחוברת לפלטפורמה ע"י קפיצים בעלי קשיחות  $k_2$  ומגנט חשמלי 5 המפעיל שדה מגנטי קבוע על מסת העזר. ניתן לשנות את עוצמת מגנט 5 בעזרת ספק על מנת לשנות את קשיחות מערכת הריסון. לשם ויזואליזציה של הרעידות משתמשים בחיישנים אלקטרומגנטיים 6 ו-7. כתוצאה מתנודות פלטפורמה 1 ומסת העזר 2 נוצר בחיישנים כא"מ מחזורי אשר ניתן לראות על האוסצילוסקופ.

#### 4. ניתוח תיאורטי



איור 2.

סכמת מערכת הניסוי נתונה באיור 2. המערכת העיקרית כוללת את הפלטפורמה בעלת מסה  $m_1$  אשר מחוברת לבסיס בעזרת קפיץ בעל קשיחות  $k_1$ . התדירות העצמית של מערכת זו הינה  $\omega_1 = \sqrt{k_1/m_1}$ . על הפלטפורמה פועל כוח אילוץ  $F(t) = P \cos(\omega t)$ , כתוצאה מכך הפלטפורמה רועדת בתדירות הכוח המאלץ -  $\omega$ .

כדי לרסן את תנודות המערכת העיקרית נחבר לפלטפורמה הרועדת מערכת ריסון הכוללת מסת עזר קטנה  $m_2 \ll m_1$  וקפיץ בעל קשיחות קטנה  $k_2 \ll k_1$ . כאשר מערכת הריסון מבודדת מן המערכת העיקרית, התדירות העצמית שלה הינה  $\omega_2 = \sqrt{k_2/m_2}$ .

על מנת להבין איך מערכת העזר יכולה לרסן את תנודות המערכת העיקרית, נרשום את משוואות התנועה של המערכת הכללית. סכום הכוחות אשר פועלים על מסה  $m_1$

$$(1) \quad F(t) - k_1 x_1 + k_2 (x_2 - x_1)$$

והכוח הפועל על מסה  $m_2$  הנו

$$(2) \quad -k_2 (x_2 - x_1)$$

כתוצאה מכך משוואות התנודות נתונות לפי

$$(3) \quad \begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + k_1 x_1 - k_2 (x_2 - x_1) &= P \cos(\omega t) \\ m_2 \ddot{x}_2 + k_2 (x_2 - x_1) &= 0 \end{aligned}$$

נחפש את הפתרון הפרטי של מערכת המשוואות (3) בצורה הבאה:

$$x_1 = a_1 \cos(\omega t); \quad x_2 = a_2 \cos(\omega t)$$

בהצבת הפתרון למשוואות התנודות (3) נקבל משוואות אלגבריות לגבי האמפליטודות

$$(4) \quad \begin{aligned} -\omega^2 m_1 a_1 + k_1 a_1 - k_2 (a_2 - a_1) &= P \\ -\omega^2 m_2 a_2 + k_2 (a_2 - a_1) &= 0 \end{aligned}$$

פתרון מערכת המשוואות (4) נתון לפי

$$(5) \quad \begin{aligned} a_1 &= \frac{k_2 - \omega^2 m_2}{D} P \\ a_2 &= \frac{k_2}{D} P \end{aligned}$$

$$D = (k_2 - m_2 \omega^2)(k_1 + k_2 - m_1 \omega^2) - k_2^2$$

מביטוי (5) נובע שכאשר התדירות העצמית של מערכת הריסון שווה לתדירות האילוץ ( $\omega_2 = \omega$ ) אמפליטודת התנודות של הפלטפורמה מתאפסת. זאת אומרת שניתן לרסן את תנודות המערכת העיקרית בעזרת מסת עזר וקפיץ נוסף, כאשר המסה  $m_2$  וקשיחות  $k_2$  נבחרו לפי התנאי

$$(6) \quad k_2 / m_2 = \omega^2$$

נוסחה זו מראה לנו לא רק פתרון אלגנטי לריסון תנודות אלא גם את הקושי הטכני העיקרי של שיטה זו, כלומר כדי שנוכל לקזז השפעת כוחות מחזוריים במגוון רחב של תדירויות אנו חייבים ליצור מערכת ריסון בעלת קשיחות או/אינרציה משתנה יחד עם התדירות של הכוח החיצוני לפי משוואה (6).

## 5. מהלך הניסוי

### שלב א' – מציאת התדירות עצמית של המערכת העיקרית.

(א) בעזרת גנרטור חשמלי הפעל אילוץ בתדירויות שונות (מ- 35Hz עד 50Hz) על הפלטפורמה 1.

בעזרת הסקופ מדוד את אמפליטודת התנודות של הפלטפורמה כתלות בתדירות האילוץ ( $A_1 = A_1(\omega)$ ).

(ב) מצא את התדירות העצמית  $\omega_1$  של המערכת העיקרית.

### שלב ב' – בחינת מערכת ריסון דינמי.

(א) הפעל אילוץ בתדירות 40Hz על הפלטפורמה 1.

הפעל מתח חשמלי U על מגנט 5 (מ- 20V עד 36V).

מדוד את אמפליטודת התנודות של הפלטפורמה כתלות במתח ( $A_1 = A_1(U)$ ).

(ב) חזור על סעיף א' עבור תדר אילוץ 42Hz.

6. עיבוד תוצאות

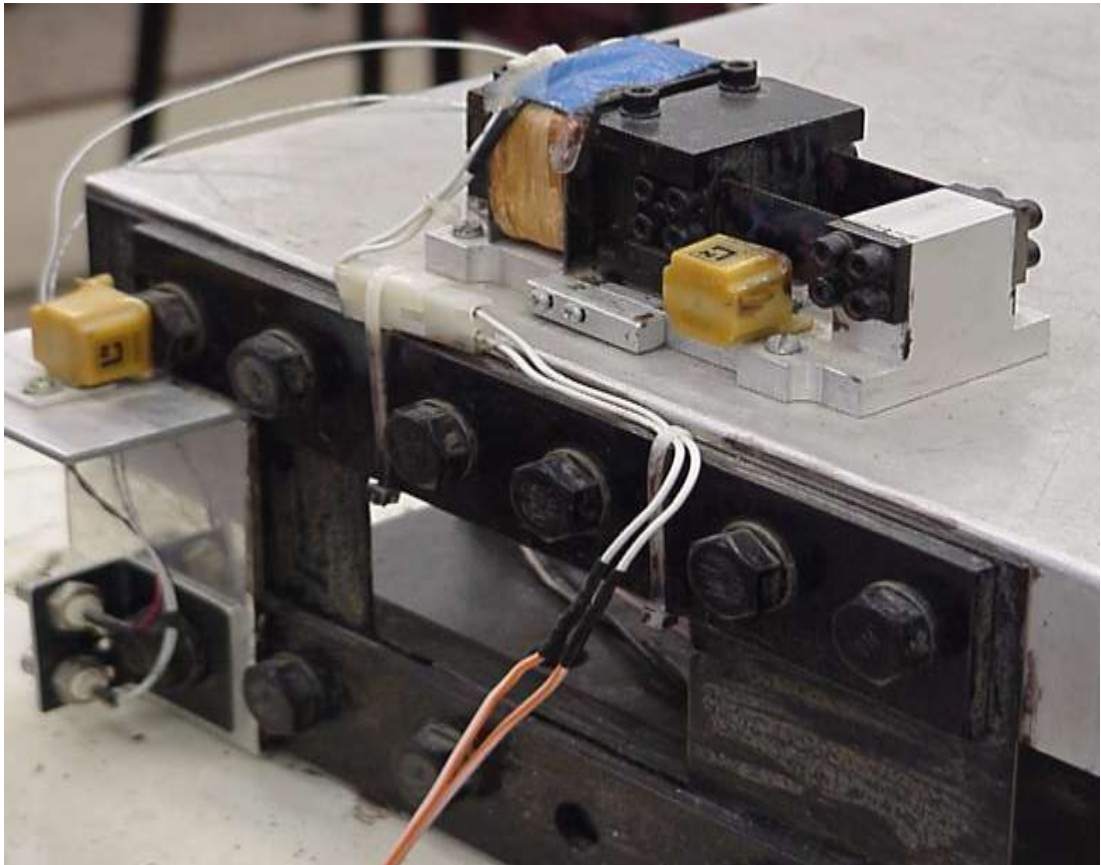
א) בנה גרף המתאר את אמפליטודת התנודות של הפלטפורמה 1 כתלות בתדירות האילוץ  $A_1=A_1(\omega)$ . כיצד האמפליטודה משתנה עם  $\omega$ ? מתי האמפליטודה  $A_1$  מרבית? מהי התדירות העצמית של המערכת העיקרית?

ב) בנה גרף המתאר את אמפליטודת התנודות של הפלטפורמה 1 כתלות בתדירות העצמית של מערכת הריסון, עבור שני תדרי האילוץ  $A_1=A_1(\omega_2)$ , כאשר נוסחת הכיול  $\omega_2=\omega_2(U)$  של מערכת הריסון הינה  $\omega_2 = \sqrt{60U - 235}$ .

כיצד האמפליטודה משתנה עם  $\omega_2$ ? מתי האמפליטודה  $A_1$  מינימלית?

ג) חשב שגיאה יחסית בין התדר בו התקבלה אמפליטודה  $A_1$  מינימלית לבין התיאוריה.

ד) הסק מסקנות מהניסוי.

**בתמונה מתוארת מערכת הניסוי**

### נספח - מערכת ריסון אלקטרו-מכנית

מאז שגילו את התופעה של ריסון דינמי היו הרבה ניסיונות ליישם אותה במערכות מכניות אך הרוב כשלו משום שלא הצליחו לבנות מערכת מכנית בטוחה ופשוטה בעלת קשיחות משתנה.

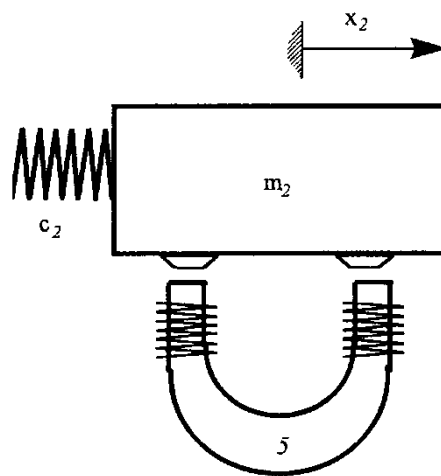
במערכת הניסוי אנו משתמשים במנגנון אחר לשנוי הקשיחות (איור 3). המגנט החשמלי 5 מפעיל על מסת העזר כוח  $F = F(x_2 - x_1)$  אשר תלוי במתח חשמלי. כאשר  $x_2 - x_1 = 0$  הנה נקודת שיווי משקל אפשר

$$. F \approx -F'(x_2 - x_1)$$

הכוח הפועל על מסת העזר 2 הוא :

$$-c'_2(x_2 - x_1) \approx -(c_2 + F')(x_2 - x_1)$$

המתח החשמלי U.



איור 3.