אוניברסיטת בן-גוריון בנגב
הפקולטה למדעי ההנדסה
המחלקה להנדסת מכונות

השפעת המיקרו מבנה על התגובה הדינאמית של חומרים מרוכבים שכבתיים להעמסת אימפקט

חיבור זה מהווה חלק מהדרישות
לקבלת התואר "מגיסטר" בהנדסה

מאת : מאיר מישל אזולאי

טבת תשס"ד
ינואר 2004

אוניברסיטת בן-גוריון בנגב
הפקולטה למדעי ההנדסה
המחלקה להנדסת מכונות

השפעת המיקרו מבנה על התגובה הדינאמית של חומרים מרוכבים שכבתיים להעמסת אימפקט

חיבור זה מהווה חלק מהדרישות
לקבלת התואר "מגיסטר" בהנדסה

מאת : מאיר מישל אזולאי
מנחה : דר' גל דבוטון

מחבר : תאריך :

מנחה : תאריך :

יו"ר ועדת מוסמכים : תאריך :

טבת תשס"ד ינואר 2004

דף תודות

ברצוני להודות למנחה שלי ד״ר גל דבוטון על ההנחיה המקצועית והעזרה לאורך המחקר.

בנוסף ברצוני להודות לפרופ׳ יווגני זארצקי על תרומתו למחקר.

תודה נוספת שלוחה לפרופ׳ ראובן שגב על עזרתו ב-״קילומטר האחרון״ של הגשת התיזה.

תודה מקרב לב למורה דרכי - פרופ׳ מרדכי פרל על העידוד, ההשראה, והידידות.

תודה אחרונה מיוחדת וחשובה נתונה להוריי ומשפחתי שתמכו בי והבינו לליבי לאורך כל הדרך,

ללא הם לא הייתי מגיע עד הלום.

תקציר

התקדמות גלי המאמץ בתווך הטרוגני מסובכת עקב השבירה וההחזרה של הגלים באזורי ההשקה בין הפאזות. במגוון עבודות הדנות בהתקדמות גלים בחומרים שכבתיים הנתונים להעמסת אימפקט בניצב למישור השכבות נצפו אוסצילציות גבוהות של פולס הלחץ. Oved et al. (1978) זיהו אוסצילציות גבוהות של פולס הלחץ בחומר מרוכב שכבתי עשוי נחושת-PMMA הנתון להעמסת אימפקט חד-ממדי. Barker (1971) בחן את האוסצילציות של גל המאמץ בחומר מרוכב שכבתי ופיתח מודל המתאר את תגובתו הכללית באנלוגיה לתגובה של חומר הומוגני ויסקוסי. למעשה, ככל שגודל המרכיבים קטן מאד ביחס לגודל הכללי של הדגם הנבדק, התגובה האפקטיבית של החומר המרוכב נעשית דומה יותר לתגובה של חומר הומוגני עם אפקט ויסקוסי. במחקר שנעשה לאחרונה על ידי Zaretsky et al. (2003), אשר בחן את התגובה של חומר שכבתי מסחרי מבוסס אפוקסי להעמסת אימפקט, נמדדו אוסצילציות גבוהות בפרופיל מהירות השפה החופשית של הדגמים. תוצאה זו מצביעה על קיום אוסצילציות של גלי הלחץ למרות היות גודל הסיבים (מחזקים) קטן מאד ביחס לגודל הכללי של הדגמים הנבדקים.

בעבודה זו נבדקה ההשערה כי המקור לאוסצילציות אלו טמון במיקרו-מבנה לא אחיד של הדגמים המרוכבים. בעיית התקדמות גלים בחומרים מרוכבים שכבתיים אלסטיים-לינאריים נבחנה כאשר האחוז הנפחי של המרכיבים נשאר קבוע. הדמיית האימפקט נעשתה בשימוש בשיטת הקווים האופייניים. התגובה של חומרים מרוכבים בעלי פילוג אחיד ולא אחיד של המחזקים נבחנה בגבול בו גודל המרכיבים קטן מאד. נמצא כי בגבול זה התגובה הכללית של החומר תלויה באופן הפילוג של המחזקים ולא במספר הממשקים לאורך החומר. האופיין העיקרי של תוצאות הניסויים הושג כאשר הונח פילוג לא אחיד של המחזקים.

על מנת לבצע הדמיה מדויקת יותר של הניסויים הונח מודל קונסיטוטיבי ויסקואלסטי למרכיב האפוקסי. התאמה עם תוצאות הניסויים הושגה באמצעות ההנחה כי התגובה ההידרוסטטית של האפוקסי נקבעת לפי משוואת המצב של Mie-Guneisen והתגובה הדיוויאטורית נקבעת על פי מודל ויסקוסי לנוזל ניוטוני. שימוש במודל כשל נדרש על מנת להדמות את התנהגות הדגמים המרוכבים במהירויות אימפקט גבוהות. המודל שיושם הינו המודל המקובל Nucleation and Growth של Seaman et al. (1976). ישום מודל זה התבצע באמצעות כתיבת פרוצדורה ששולבה בתוכנת האלמנט סופי ABAQUS. לבסוף, הדמית תוצאות הניסויים נעשתה ברמת דיוק גבוהה ונקבעו הפרמטרים המאפיינים את התנהגות דגמי האפוקסי ההומוגני ודגמי החומר המרוכב.

רשימת סימנים

σ - מאמץ

ρ - צפיפות

E' - מודול יאנג במצב מעוותים חד-ממדי

u - תזוזה

C_L , α - מהירות גל אורכי

z - אימפדנס אקוסטי

κ - מודול נפחי

G - מודול גזירה

V_{fs} - מהירות שפה חופשית

$\boldsymbol{S}$ - טנזור המאמץ הדיוויאטורי

$\boldsymbol{e}$ - טנזור המעוות הדיוויאטורי

μ - מקדם צמיגות דינאמי

P - לחץ

$\dot{N}$ - קצב נוקליאציה

R - רדיוס חלל

V - נפח חללים

Y - מאמץ כניעה

ν - מודול פואסון

S_d - סטיית תקן

רשימת איורים

רשימת טבלאות

1. מבוא

עם התפתחות הטכנולוגיה, הידע, והביקוש לחומרים מתקדמים במחצית המאה האחרונה, התגבר השימוש בחומרים מרוכבים. חומרים אלו יעילים עקב הכיווניות בתכונות המכניות שלהם, החוזק של חומרים אלו שונה בכיוונים שונים ולכן, על ידי שימוש נכון בכיווניות שלהם ניתן לחסוך במשקל המבנה המיועד. חומרים אלו ידועים ביעילותם ועליונותם המכנית (יחס חוזק למשקל גבוה) וכיום ניתן לראות את השתלבותם במגוון רחב של תחומים מהתעשיות הצבאיות ועד תעשיות הספורט. השימוש בחומרים אלו ייעל רבות את הפונקציונליות של מבנים שונים ואף פתר בעיות הנדסיות מגוונות ביתר קלות וביתר אמינות. החומרים ההנדסיים הקלאסיים (פלדה, עץ, ובטון) נחקרו רבות בעבר וקיים מידע רב על תכונותיהם המכניות, לא כך הדבר בחומרים מרוכבים. למרות שתכונותיהם הסטטיות נחקרו בעבר, באופן יחסי מעט ידוע על תכונותיהם הדינאמיות.

בשנים האחרונות מופנית תשומת הלב לחקר ההתנהגות הטרנזיאנטית של חומרים מרוכבים הנתונים להעמסה דינאמית. אפיון התנהגות זו מסובך עקב ריבויי הפרמטרים המשפיעים על תגובת החומר המרוכב. בין פרמטרים אלו נמצאים כמובן אלו הקובעים את ההתנהגות של המטריצה והמחזקים, הכוללים בתוכם גם את השפעתם של קצב המעוות ומגוון מנגנוני כשל. פרמטרים חשובים, המקנים יכולת שליטה בקביעת הסימטריה האלסטית של חומרים מרוכבים אלו, כפוף למטרת שימושם, הם האחוז הנפחי של המחזקים, הגיאומטריה שלהם ואופן סידורם לאורך המטריצה. השוני בין האימפדנס (ההתנגדות להעמסה) של המרכיבים מביא לשבירה והחזרה של הגלים הנעים בתווך המרוכב, ובנוסף, למאפיינים של אזור ההשקה בין המרכיבים יש השפעה חשובה על התגובה של החומר המרוכב. סקירה של מספר פרסומים, סיכום שיטות ניסוי מקובלות ונושאים הקשורים להתנהגות חומרים מרוכבים, מופיעים בעבודתם של Barre et al. (1996). בעבודה הנוכחית מוצגות התוצאות של סידרת ניסויי אימפקט מישורי בחומר מרוכב מבוסס אפוקסי ומחוזק סיבי זכוכית ונידונים מספר נושאים המוזכרים מעלה.

במסגרת עבודה זו, בה הדגמים העשויים חומר מרוכב ניתנים להעמסת אימפקט במהירויות נמוכות יחסית, ניתן להניח כי המחזקים העשויים סיבי זכוכית הם אלסטיים ולינאריים. אין הנחה זו קבילה לגבי האפוקסי ולכן דרוש לאפיין באופן נכון את התנהגות מטריצת האפוקסי. דיון מקיף בנושא התקדמות גלי לחץ בפולימרים בעלי קשרי מאמץ-מעוות לא לינאריים ותלויי קצב מעוות, נעשה על ידי Barker and Hollenbach (1970). בעבודתם, הוצג בהתאמה לממצאים תיאורטיים קודמים (1970

Schuler) כי פרופילי מהירות השפה החופשית של חומרים בעלי חוק קונסטיטוטיבי התלוי בקצב המעוות, מאופיינים בזמן עליה מהיר של המהירות והתכנסות הדרגתית לערך מהירות מקסימאלי לאחר מכן. Munson and May (1972) בחנו את ההתנהגות של Epon 828 מבוסס אפוקסי ותלות התנהגותו בהרכב הכימי של המבנה המולקולרי שלו. בהתבסס על סידרת ניסויים, הם הציעו אומדנים לאופני Rankine-Hugoniot של שלושה הרכבי אפוקסי בעלי הרכבי מקשה שונים. בנוסף נמצא כי במהירויות אימפקט גבוהות קטנה ההשפעה של סוג המקשיח הנבחר. El-Habak (1991) בחן את ההתנהגות של חומרים מרוכבים מחוזקי סיבי זכוכית בשימוש בטכניקה הקרויה Split Hopkinson pressure bar (SHPB), ומצא כי התגובה הכללית של החומר המרוכב בלתי תלויה כמעט בטיפול שנעשה לסיבים, אך רגישה לסוג השרף והאחוז הנפחי של הסיבים.

השפעת קצב המעוות על התנהגותם של דגמי אפוקסי ואפוקסי מחוזק סיבים נבחנה אמפירית על ידי Tay et al. (1995). לקצבי מעוות נמוכים נעשה שימוש במכונת אינסטרון ולקצבי מעוות גבוהים יותר נעשה שימוש בשיטת SHPB. נמצא כי התנהגות החומר המרוכב בניצב למישור הסיבים הושפעה מהתנהגותו של האפוקסי. בנוסף נמצא כי השפעת התלות בקצב המעוות של שני המרכיבים משמעותית יותר בקצבי מעוות נמוכים. כמו כן הוצע חוק קונסטיטוטיבי אמפירי המתחשב בהשפעת קצב המעוות. ההתנהגות הויסקואלסטית של חומר מרוכב ספציפי הנגרמת מהתנהגות המטריצה, נחקרה על ידי Munson et al. (1978). חוקרים אלו בחנו את ההתנהגות הטראנזיאנטית של אפוקסי מחוזק Al_2O_3 הנתון להעמסת הלם חד-ממדי. הדמיות נומריות בהן נעשה שימוש במודל ויסקוסי המבוסס על מודל מקסוול, הביאו הערכות טובות לתוצאות הניסויים הנידונים. בעבודה הנוכחית ההתנהגות הטראנזיאנטית של מטריצת האפוקסי נחקרה על ידי ביצוע ניסויי אימפקט מישורי עם דגמי אפוקסי הומוגני. לאחר מכן בוצעו ניסויים בדגמים מרוכבים שמטריצת האפוקסי בהם מיוצרת בצורה דומה לדגמים בעלי האפוקסי ההומוגני.

הרלוונטיות של מאפייני המרכיבים תלויה באופן סידור המחזקים וביחס הנפחי שלהם. תגובת החומר בכיוון הסיבים נשלטת בעיקר על ידי תכונות הסיבים בעוד שבניצב לכוון הסיבים תגובת החומר נשלטת עלי ידי תכונות המטריצה. Lifshitz (1976) מדד את השינוי בהתנהגות של אפוקסי מחוזק סיבי זכוכית כתלות בכוון הסיבים. בעבודתו נמצאה התאמה בין השיפועים ההתחלתיים של עקומות מאמץ-מעוות שנמדדו בהעמסה קוואזי-סטטית לבין אילו המתאימות לשיפועים התיאורטיים המבוססים על

תיאוריות הומוגניזציה עבור כל כיווני הסיבים. המשכן של עקומות המאמץ-מעוות במצב בו ההעמסה היא דינאמית תלויי מאד בכיווניות הסיבים. Barker (1971) בחן את התלות בקצב המעוות של התגובה הדינאמית של חומרים מרוכבים שכבתיים בהם התנהגות המרכיבים אינה תלויה בקצב המעוות. מודל הומוגני לקביעת אופיין הוגוניו של תערובת הוצעה על ידי Munson and Schuler (1971). השוואה בין אומדנים נומריים המבוססים על מודל זה לבין תוצאות ניסויים הראה התאמה טובה. Holmes and Tsou (1972) קבעו את אופיין הוגוניו של אפוקסי מחוזק סיבי אלומיניום ממדידות של גלי ההלם ומהירות השפה החופשית. מגוון דגמים בעלי יחס נפחי שונה של הסיבים נבחנו תחת העמסת אימפקט מישורי לאורך הסיבים. מבחינת תוצאות הניסויים נמצאה התאמה עם ממצאם של Tsou and Chou (1969). ההתנהגות של אפוקסי מחוזק סיבי זכוכית בניצב לכיוון הסיבים, נבחנה על ידי Zhuk et al. (1994). מהירות השפה החופשית ושינויי הלחץ נמדדו במהלך ניסויי אימפקט חד-ממדי, בעזרת מדידות אלו חושב אופיין ההוגוניו של החומר המרוכב. הקשר בין ההתנהגות הטראנזיאנטית של החומר המרוכב בניצב למישור הסיבים לבין אופן סידור המחזקים וההתנהגות הטראנזיאנטית של האפוקסי נידונה במהלך העבודה הנוכחית.

שבירה והחזרה של גלים המתקדמים בתווך שכבתי נידונו על ידי Postma (1955). הומחש כי ניתן להתייחס לתווך שכבתי כהומוגני אפקטיבי רק כאשר עובי השכבות קטן משמעותית ביחס לגודל הכללי של הדגם. Munson et al. (1978) המחישו בהצלחה עיקרון זה בהתנהגות הכללית של אפוקסי מחוזק Al_2O_3. Lundergan and Drumeller (1971) בחנו את התגובה של חומר מרוכב שכבתי אפוקסי-פלדה להעמסת אימפקט מישורי, אמפירית ואנליטית. בחומר זה נצפו תנודות של פרופיל מהירות השפה החופשית ונמצא כי עוצמת השיא של המאמץ קטנה עם אורך פולס לחץ ההעמסה. Oved et al. (1978) זיהו תנודות גבוהות של גל הלחץ בחומר שכבתי מרוכב בעל שכבות נחושת-PMMA הניתן להעמסת אימפקט חד-ממדי. זמן המחזור של התנודות היה שווה לפעמיים הזמן הדרוש לאות לעבור זוג שכבות בודד. בעבודתו של Barker (1971) נטען כי ככל שגודל המרכיבים קטן ביחס לגודל האופייני של הדגם ההתנהגות האפקטיבית של החומר המרוכב שואפת לזו של חומר הומוגני בעל תכונות אפקטיביות של החומר המרוכב. ובנוסף נטען על ידי Sabina and Willis (1988) כי ככל שהגודל היחסי של המרכיבים קטן ביחס לגודל הכללי של הדגם, התגובה הדינאמית האפקטיבית של החומר מזדהה עם התנהגותו של חומר הומוגני בעל מאפיינים ויסקוסיים. בעבודתם של Zaretsky et al. (2003) בוצעו ניסויי אימפקט

מישורי בדגמים העשויים חומר מרוכב שכבתי מסחרי מבוסס אפוקסי, בו גודל המרכיבים קטן מאד ביחס לגודל הדגמים. בניסויים אלו נמדדו אוסצילציות גבוהות של מהירות השפה החופשית של הדגמים. מתוצאות מחקרם של Sabina and Willis (1988) בשילוב עם תוצאות אלו נובע כי לא ניתן להתייחס אל החומר המרוכב כאל חומר הומוגני אפקטיבי. בעבודה זו נבחן את הטענה כי הגורם לאוסצילציות אלו טמון בהיות החומר בעל פילוג לא אחיד של המרכיבים.

החוזק לפצלה של אפוקסי מחוזק סיבי זכוכית נמדד על ידי Zaretsky et al. (1997). בעבודה זו נמצא כי כתוצאה מהיתכנות של שלושה מצבי דפורמציה לחומר המרוכב, קיימת וריאציה גדולה של החוזק לפצלה. שימוש במודל נוקליאציה וגדילה בשילוב עם מודל שבירה שיושם על ידי (1989) Tokheim et al., סיפק אומדנים טובים למדידות ניסויות של חוזק לפצלה באפוקסי מחוזק סיבי קבלר (Kevlar). חוזק לדילמינציה (הפרדת השכבות) של חומרים מרוכבים מחוזקי סיבי זכוכית תחת העמסת אימפקט מישורי, ניצב ואלכסוני, נמדד על ידי Dandekar et al. (1998). בעבודה זו נקבע ערך סף של הלם בו לא תתרחש דלמינציה (כתוצאה ממאמצי מתיחה). נמצא כי ערך זה תלוי מאד בזווית האימפקט ביחס למישור הסיבים. Syam et al. (2000) בחנו את מנגנון הכשל בפלסטיקים מחוזקים. בעבודתם נמצא כי סדיקה של המטריצה, שבירה של הסיבים והפרדה בין סיבים למטריצה התרחשו באתרי הנזק.

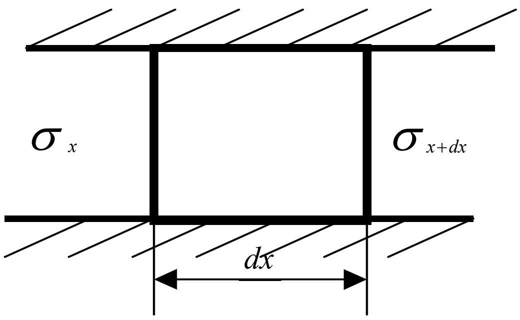
עבודה זו תתמקד בניתוח תוצאות ניסויי האימפקט שבוצעו על ידי Zaretsky et al. (2003) ותשלב הדמיות של ניסויים אלו. בהדמיות אלו תיבחן השפעת המיקרו מבנה על התנהגות חומר מרוכב שכבתי שהוא ויסקו-אלסטי, לא לינארי ואורטוטרופי תחת מצב עמסה דינאמית. כל ההדמיות שיבוצעו יהיו הדמיות של בעיות בהם מצב המעוותים הינו חד-ממדי.

2. תגובת חומרים מרוכבים להעמסה דינאמית

כאשר תווך מוצק (דגם) נתון להעמסה דינאמית כאימפקט (נגיפה) כתוצאה מהתנגשות עם גוף אחר (אימפקטור) מתפתחים בו גלים הנעים לאורך התווך. גלים אלו מתפתחים בממשק (משטח הפגיעה) בין הדגם למטרה ובתנועתם הם מביאים לשינויי ערך המאמץ ומהירות החלקיקים בחומר המוצק. בכדי לדעת את ערך שדות המאמץ והמהירות (תזוזות) יש לאפיין את תנועת גלים אלו. הנושא נדון למשל בספריהם של Timoshenko and Goodier (1970) ו- Bedford and Drumheller (1994). הפיתוחים המובאים בפרק זה מבוצעים עבור המקרה בו מצב המעוות הינו חד-ממדי.

2.1 משוואות התנועה בהעמסת אימפקט חד-ממדי:

נרשום את חוק שימור התנע על אלמנט באורך dx המתואר באיור 2.1. אלמנט זה נתון להעמסה משני צדדיו ונתון במצב מעוותים חד-ממדי.



איור 2.1 – אלמנט במצב מעוות חד-ממדי

סכום כוחות בכיוון x על האלמנט (בקואורדינאטות לגראנג'יות):

$$\sum F = \left(\sigma_{x+dx} - \sigma_x\right)A \qquad (2.1.1)$$

כאשר σ הינו המאמץ , A שטח האלמנט ו- F הינו כוח. על פי החוק השני של ניוטון,

$$\left(\sigma_{x+dx} - \sigma_x\right) = m\ddot{x}\frac{1}{A} \qquad (\ F = ma\ ) \qquad (2.1.2)$$

כאשר m מסת האלמנט . לפי הגדרה,

$$m = \rho dxA \qquad (2.1.3)$$

כאשר ρ צפיפות החומר. מכאן,

$$\left(\sigma_{x+dx}-\sigma_{x}\right)=\rho dx\ddot{x} \qquad (2.1.4)$$

ובגבול כאשר $dx \rightarrow 0$,

$$.\frac{\left(\sigma_{x+dx}-\sigma_{x}\right)}{dx}=\frac{d\sigma}{dx}=\rho\ddot{x} \qquad (2.1.5)$$

חוק הוק למצב מעוותים חד-ממדי :

$$\sigma = E^{'}\varepsilon \qquad (2.1.6)$$

כאשר $E^{'}$ מגדיר את הקשר הלינארי בין מאמץ למעוות במצב מעוותים חד-ממדי Timoshenko and Goodier (1970) כשערכו מוגדר על ידי,

$$.E^{'}=\kappa+\frac{4}{3}G \qquad (2.1.7)$$

במשוואות הנ"ל נציב את הקשר תזוזה מעוות $\varepsilon=\frac{\partial u}{\partial x}$ ומשוואה (2.1.6) הופכת ל:

$$.\sigma = E'\frac{\partial u}{\partial x} \qquad (2.1.8)$$

בהצבת משוואה (2.1.8) למשוואה (2.1.5) ומכוון ש- $\ddot{x}=\ddot{u}$ כאשר u זו התזוזה בכוון x נקבל :

$$.E'\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \qquad (2.1.9)$$

משוואת התנועה המתקבלת היא משוואת הגלים:

$$.\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{E'}{\rho}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \qquad (2.1.9)$$

2.2 מודלים לינאריים

משוואות הגלים השולטות במהלך האימפקט הינן משוואות דיפרנציאליות חלקיות מסדר שני. בתת-פרק זה נביא את פתרון משוואות אלו עבור המצב בו קשרי המאמץ-מעוות הינם לינאריים וההנחה כי תכונות החומרים קבועות בזמן.

2.2.1 פתרון משוואת הגלים

נניח כי $u(x,t)$ הוא מהצורה :

$$u(x,t)=p(x+\alpha t)+q(x-\alpha t) \tag{2.2.1}$$

נגדיר את החלפת המשתנים הבאה :

$$\begin{pmatrix} x+\alpha t=\xi \\ x-\alpha t=\eta \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x=\frac{1}{2}(\xi+\eta) \\ t=\frac{1}{2\alpha}(\xi-\eta) \end{pmatrix} \tag{2.2.2}$$

הנגזרות החלקיות לאחר החלפת המשתנים תהיינה :

$$\frac{\partial u}{\partial x}=p'\frac{\partial \xi}{\partial x}+q'\frac{\partial \eta}{\partial x}=p'+q' \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=p''+q'' \tag{2.2.3}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\alpha p'-\alpha q' \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\alpha^2 p''+\alpha^2 q''$$

בהצבת הביטויים (2.2.3) למשוואת הגלים (2.1.9) נקבל :

$$\alpha^2 p''+\alpha^2 q''-\left(\frac{E'}{\rho}\right)(p''+q'')=0 \tag{2.2.4}$$

ממשוואה (2.2.4) מתקבל כי הפתרון (2.2.1) המוצע מתקיים כאשר,

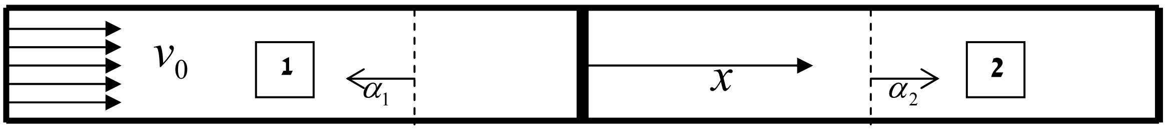
$$\alpha=\pm\sqrt{\frac{E'}{\rho}} \tag{2.2.5}$$

מבדיקת היחידות מתקבל כי היחידות של α הם יחידות של מהירות,

$$[\alpha]={}^{m}\!/_{\sec}$$

מהירות זו מייצגת את מהירות הגל האורכי הנע בחומר (מסומנת לעיתים כ- C_L) וקרויה המהירות האקוסטית.

2.2.2 בעיית אימפקט חד-ממדי :



איור 2.2 - תיאור בעיית אימפקט חד ממדי

באיור 2.2 מתואר באופן סכימטי רגע ההתנגשות בין אימפקטור (גוף 1) למטרה (גוף 2). האימפקטור נע במהירות v_0 ימינה והקו העבה מתאר את הממשק בין שני הגופים. ברגע האימפקט מתפתחים בממשק גלי לחץ, אחד נע שמאלה לכיוון האימפקטור והשני נע ימינה לתוך המטרה. חזית הגלים מסומנת בקו מקווקו. מכוון שלפני הפגיעה האימפקטור נע במהירות קבועה והמטרה נייחת, נקודות החומר הנמצאות ימינה לחזית הגל המתקדם לתוך המטרה נייחות. שדה התזוזות של נקודות החומר באימפקטור הנמצאות אחר חזית הגל יהיה על פי המשוואה,

$$u_1 = p(x + \alpha_1 t) + v_0 t. \qquad (2.2.6)$$

במטרה שדה התזוזות של נקודות החומר הנמצאות אחרי חזית הגל יינתן על ידי,

$$u_2 = q(x - \alpha_2 t). \qquad (2.2.7)$$

תנאי שפה ראשון במשטח המגע הינו רציפות המאמץ :

$$\left.\left[\sigma_1 = E_1' \frac{\partial u_1}{\partial x} = E_2' \frac{\partial u_2}{\partial x} = \sigma_2\right]\right|_{(0,t)}, \qquad (2.2.8)$$

ותנאי שפה שני הינו רציפות התזוזות במשטח המגע :

$$\left.[u_1 = u_2]\right|_{(0,t)}. \qquad (2.2.9)$$

המהירות ההתחלתית של האימפקטור,

$$\dot{u}_1(x,0) = v_0 = p'(x,0)\cdot\alpha_1 + v_0 \Rightarrow p'(x,0) = 0 \qquad (2.2.10)$$

המהירות ההתחלתית של המטרה,

$$\dot{u}_2(x,0) = 0 \Rightarrow q'(x,0) = 0 \qquad (2.2.11)$$

מתנאי שפה (2.2.9) :

$$u_1(0,t)=p(\alpha_1 t)+v_0 t=q(-\alpha_2 t)=u_2(0,t) \qquad (2.2.12)$$

מתנאי שפה (2.2.8) :

$$E_1^{'} p'(\alpha_1 t)=E_2^{'} q'(-\alpha_2 t) \qquad (2.2.13)$$

לאחר אינטגרציה משני צדדי משוואה (2.2.13) יתקבל הביטוי :

$$\frac{E_1^{'}}{\alpha_1} p(\alpha_1 t)=-\frac{E_2^{'}}{\alpha_2} q(-\alpha_2 t)+c_0 \qquad (2.2.14)$$

כלומר :

$$. \, p(\alpha_1 t)=\frac{\alpha_1}{E_1^{'}}\left[c_0-\frac{E_2^{'}}{\alpha_2} q(-\alpha_2 t)\right] \qquad (2.2.15)$$

לאחר הצבת הביטוי (2.2.15) במשוואה (2.2.12), מספר פעולות אלגבריות וההצבה $z=\alpha\rho=\sqrt{E'\rho}$

מתקבל הפתרון עבור $q(x,t)$:

$$q(x,t)=\frac{2z_1}{z_1+z_2}\cdot v_0\left(t-\frac{x}{\alpha_1}\right)H\left(t-\frac{x}{\alpha_1}\right) \qquad (2.2.16)$$

כאשר הקבוע c_0 מתאפס מתנאי התחלה, z מוגדר כאימפדנס האקוסטי של החומר ויוצר קשר בין המאמץ המתפתח לבין קצב המעוות הנתון במצב העמסה דינאמית. במשוואה (2.2.16) $H(\bullet)$ מוגדר על ידי :

$$. \, H(\bullet)=\begin{Bmatrix} 0, & \bullet<0 \\ 1, & else \end{Bmatrix}$$

באותה צורה ניתן לקבל את הפתרון עבור $p(x,t)$:

$$. \, p(x,t)=\frac{z_1-z_2}{z_1+z_2}\cdot v_0\left(t+\frac{x}{\alpha_1}\right)H\left(t+\frac{x}{\alpha_1}\right) \qquad (2.2.17)$$

נגדיר $k=\frac{z_2}{z_1}$ והפתרונות המתקבלים עבור u_1 ו- u_2 הם :

(2.2.19)
$$u_1(x,t)=\frac{v_0(1-k)}{1+k}\left(t+\frac{x}{\alpha_1}\right)H\left(t+\frac{x}{\alpha_1}\right)+v_0\left(t-\frac{x}{\alpha_1}\right)H\left(t-\frac{x}{\alpha_1}\right)$$

$$u_2(x,t)=\frac{2v_0}{1+k}\left(t-\frac{x}{\alpha_2}\right)H\left(t-\frac{x}{\alpha_2}\right)$$

על פי משוואה (2.1.8) נחשב את המאמץ במשטח במגע - σ_{int} :

(2.2.20)
$$\sigma_{\text{int}}=-\frac{z_1 z_2}{z_1+z_2}v_0$$

<u>2.2.3 שיטת הקווים האופייניים</u>

נשתמש בהצבות הבאות, $v=\frac{\partial u}{\partial t}$ ו- $\varepsilon=\frac{\partial u}{\partial x}$ במשוואה (2.1.9) ונקבל משוואה דיפרנציאלית חלקית מסדר ראשון מהצורה,

(2.2.21)
$$\frac{\partial v}{\partial t}=\alpha^2\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}$$

כאשר v הינו שדה מהירות נקודות החומר. מאחר ובין המשתנים v ו- ε מתקיים הקשר,

(2.2.22)
$$\frac{\partial v}{\partial x}=\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}$$

אנו מקבלים מערכת של שתי משוואות חלקיות מסדר ראשון (2.2.21 ו-2.2.22) במקום משוואה דיפרנציאלית חלקית מסדר שני. ניתן להראות כי קיימים קווים במישור *x-t* שלאורכם הערך $v-\alpha\varepsilon$ נשמר קבוע. השינוי בערך $v-\alpha\varepsilon$ מנקודה (x,t) לנקודה ($x+dx,t+dt$) נתון על ידי,

(2.2.23)
$$d(v-\alpha\varepsilon)=\frac{\partial}{\partial t}(v-\alpha\varepsilon)dt+\frac{\partial}{\partial x}(v-\alpha\varepsilon)dx$$
$$=\left(\frac{\partial v}{\partial t}-\alpha\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}\right)dt+\left(\frac{\partial v}{\partial x}-\alpha\frac{\partial \varepsilon}{\partial x}\right)dx$$

על ידי שימוש במשוואות (2.2.21) ו-(2.2.22) ניתן לנסח ביטויי זה בצורה,

(2.2.24)
$$d(v-\alpha\varepsilon)=\left(\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{1}{\alpha}\frac{\partial v}{\partial t}\right)(dx-\alpha dt)$$

מביטוי זה ניתן לראות כי התנאי שבו $d(v-\alpha\varepsilon)$ מתאפס הינו כאשר,

$$\frac{dx}{dt}=\alpha \qquad (2.2.25)$$

כלומר הערך $v-\alpha\varepsilon$ נשמר קבוע לאורך קו ישר במישור $x-t$ בעל שיפוע α. באותה צורה ניתן להראות כי הערך $v+\alpha\varepsilon$ נשמר קבוע לאורך קו במישור $x-t$ בעל שיפוע $-\alpha$.

קווים ישרים במישור $x-t$ בעלי שיפוע α ו- $(-\alpha)$ קרויים "קווים אופייניים" (characteristic lines) של משוואת גלים חד-ממדית. מבדילים בין שני קווים אופייניים, "אופיין ימני" ו-"אופיין שמאלי". הערך $v-\alpha\varepsilon$ נשמר קבוע לאורך האופיין הימני ואילו הערך $v+\alpha\varepsilon$ נשמר קבוע לאורך האופיין השמאלי. מידיעת אופיינים אלו ניתן לפתור את משוואת הגלים ביתר קלות מכוון שפתרון הבעיה ניתן על ידי פתרון משוואות אלגבריות.

2.2.4 פתרון בשיטת הקווים האופייניים.

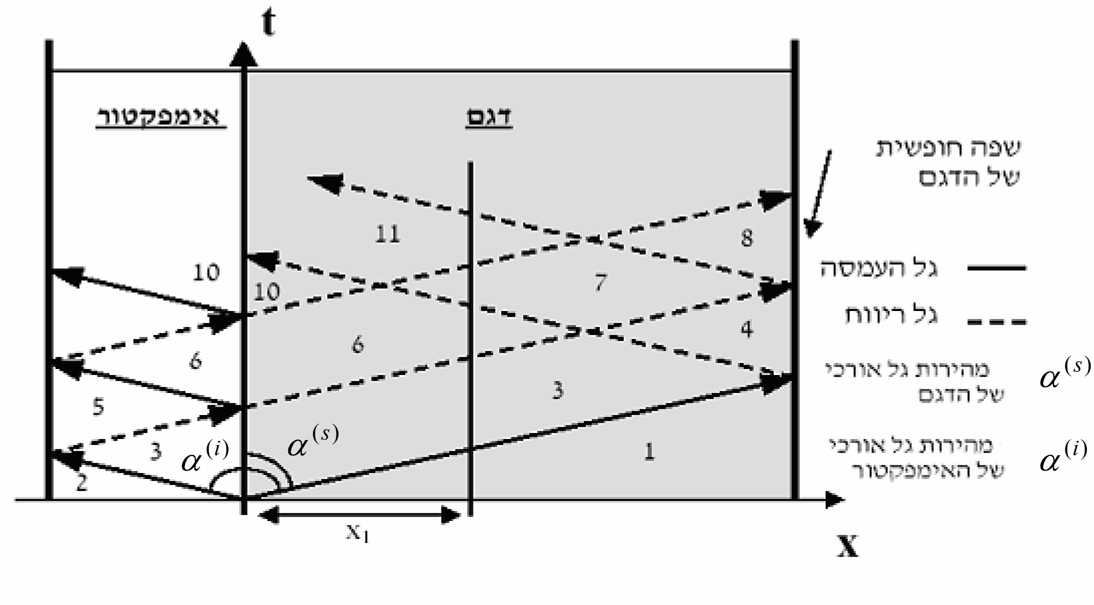
בחלק זה נפתור את בעיית האימפקט המתוארת באיור 2.2 בשיטה גרפית. עבור בעיית אימפקט מישורי, ניתן לחשב את מצב החומר, לחץ ומהירות החלקיקים, על פי משוואת שימור התנע. לחילופין ניתן לבצע חישובים אלו על ידי דיאגרמת p-v שהיא תיאור גרפי של משוואת שימור התנע כפי שניתן לראות בדוגמא באיור 2.4. בדיאגרמה זו משתמשים בלחץ ולא במאמץ שלילי לשם נוחיות, על מנת לקבל ערכים חיוביים. דיאגרמה זו מתארת את כל מצבי הלחץ כתלות במהירות החלקיקים שהחומר עשויי להימצא בהם, כאשר שיפוע כל עקום נקבע על ידי הערך $\rho_0\alpha$ לכל חומר. את התקדמות הגלים בחומר ניתן לתאר בדיאגרמת *x-t*, כפי שניתן לראות באיור 2.3, כאשר x ו- t הינם המרחק והזמן אותו עובר הגל בחומר בהתאמה. כדי למצוא את מצב החומר בנקודה p_1-v_1 בזמן ובאזור מסוים בחומר (אימפקטור או דגם) יש לבחון את שתי הדיאגרמות p-v ו- *x-t* בו זמנית כאשר אזור בדיאגרמת *x-t* מתייחס לנקודה בדיאגרמת p-v. לדוגמא אזורים 2 ו-1 באיור 2.3 הינם מצב החומר בתחילת האימפקט, האימפקטור עם מהירות התחלתית ובלחץ אפס והדגם ללא מהירות ובלחץ אפס (נקודה 4 ו-1 באיור 2.4 בהתאמה). בדוגמא זו, חומר הומוגני לינארי מועמס על ידי אימפקטור הומוגני לינארי הנע במהירות v_1. ברגע האימפקט גל לחץ המכונה גל העמסה מתחיל לנוע בדגם במהירות אורכית קבועה $\alpha^{(s)}$ ומשנה את מצב החומר בדגם ממצב 1 למצב 3 (איור 2.3). באותו אופן גל לחץ שני נע באימפקטור

במהירות אורכית קבועה $\alpha^{(i)}$ ומשנה את מצבו ממצב 2 למצב 3. נשים לב שלאחר שגל ההעמסה מגיע לשפה החופשית של הדגם (אזור 4 באיור 2.3) מהירות החלקיקים מוכפלת וזאת בעקבות ירידה ללחץ אטמוספרי (עקום 3-4 באיור 2.4). לעומת זאת הירידה במהירות של שפת הדגם באזור 8 באיור 2.3, נובעת עקב גלי ריווח המגיעים מהשפה החופשית של האימפקטור (עבור הדגם 8→ 7→6→ 4→3 באיור 2.3). גלי ריווח אלו מורידים את הלחץ בחומר.

נבחן אזור בחומר הנמצא מרחק x_1 מחזית האימפקט. לאחר מעבר גל ההעמסה המאמץ ומהירות החומר גדלים ל- p_3-v_3. לאחר מעבר גל הריווח הראשון המגיע מהשפה החופשית של האימפקטור יש ירידה במאמץ ובמהירות החומר (p_6-v_6). ברגע ההתלכדות של גלי ריווח מהשפות החופשיות של הדגם ושל האימפקטור, המאמץ בחומר יורד למאמץ הגורם למאמצי מתיחה בחומר (מצב 7 איור 2.4). התלכדות עם גל ריווח נוסף המגיע מהשפה החופשית של האימפקטור (מצב 11) תגרום לירידה נוספת בלחץ ולמאמצי מתיחה גבוהים יותר. התפתחות מאמצי מתיחה מעל סף מסוים יגרמו לנזקים בחומר היכולים להביא לכשל. נושא הכשל ידון בהמשך. נשים לב שהיחס בין אורך האימפקטור לאורך הדגם חשוב על מנת לבחון את התנהגות החומר עקב מאמצי לחיצה ומאמצי מתיחה. לדוגמא אם עובי האימפקטור אינסופי, גלי ריווח מהאימפקטור לא יגיעו ולכן לא יווצרו מאמצי מתיחה בחומר, ואילו אם האימפקטור קצר ביחס למטרה, גל הריווח יגיעו מן האימפקטור ויגרמו למאמצי מתיחה באזורים רבים לאורך המטרה.

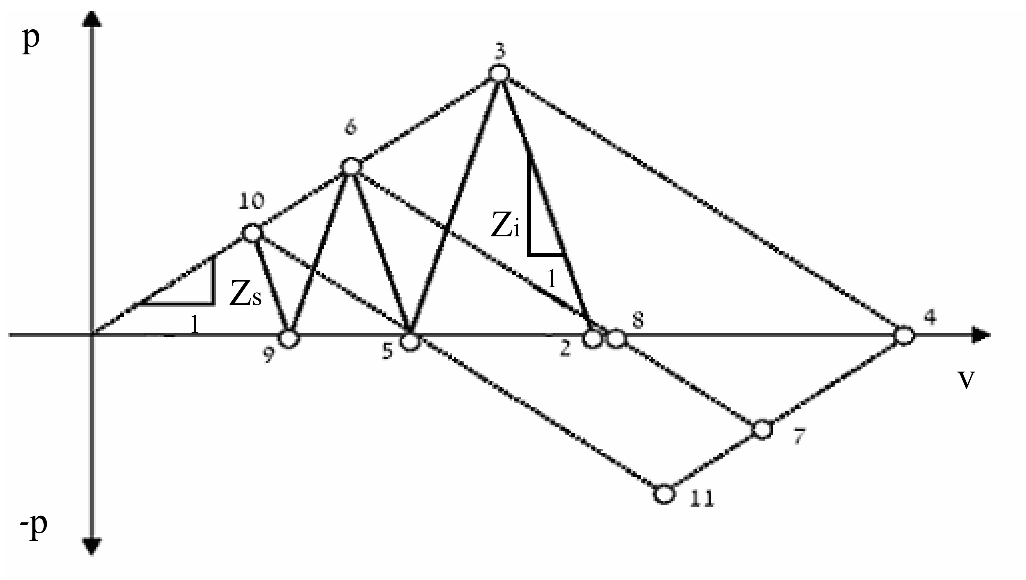
על פי דיאגרמות *x-t* ו- p-v נוכל לתאר את מהירות השפה החופשית V_{fs} כתלות בזמן באיור 2.5. ניתן לראות שברגע שהגל הראשון מגיע לשפה החופשית יש קפיצה במהירות עד לערך במצב 4 ולאחר שגל הריווח הראשון מגיע לשפה החופשית ערך המהירות יורד למצב 8 (מצבים 4 ו-8 המתוארים בדיאגרמת p-v).

בניסויי אימפקט ניתן למדוד בדיוק רב את פרופיל מהירות השפה החופשית מבלי להשפיע על הניסויי. מידיעת פרופיל מהירות השפה החופשית ומרכיבי האימפקטור, ניתן ללמוד על תכונות המטרה. מכאן החשיבות הרבה של פרופיל המהירות השפה החופשית ככלי לתיאור התנהגות החומר.



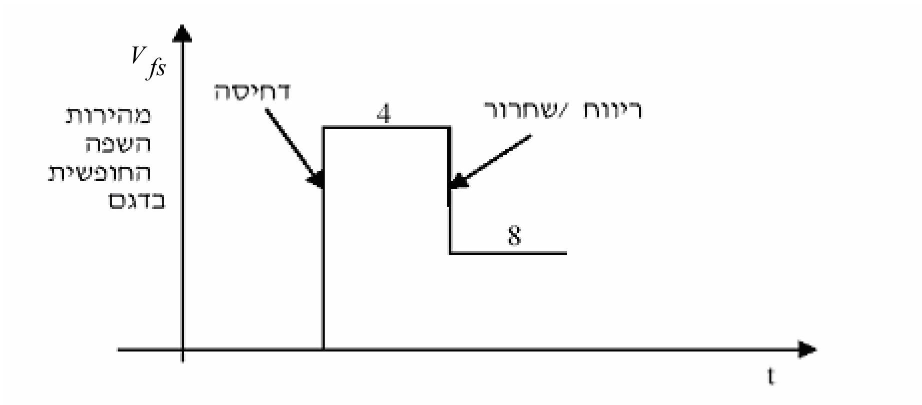
איור 2.3 - דיאגרמת *x-t* המתארת התקדמות גלי ההלם בחומר

עבור אימפקט מישורי בחומר הומוגני ליניארי



איור 2.4 - דיאגרמת p-v המתארת את מצב החומר עבור אימפקט מישורי

בחומר ליניארי.

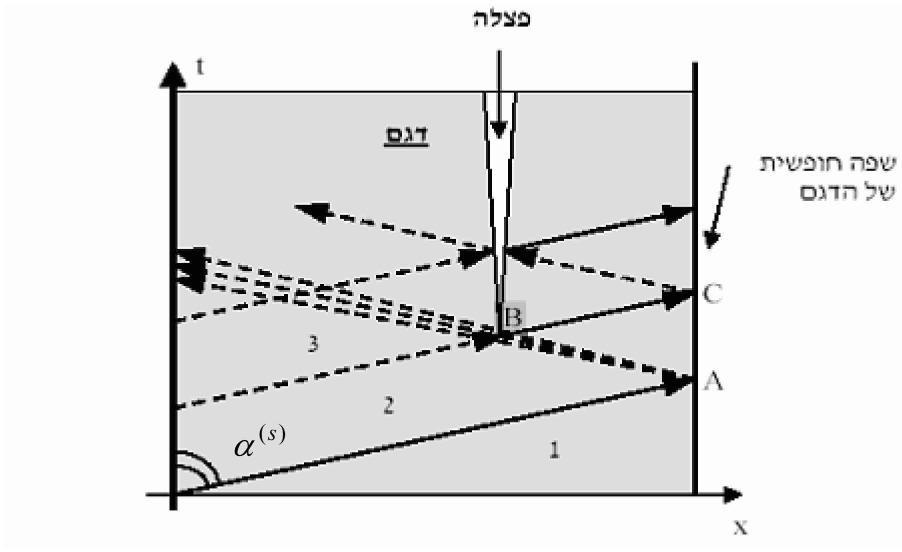


איור 2.5 –פרופיל מהירות השפה החופשית - V_{fs}

<u>2.3 כשל תחת העמסה דינאמית (פצלה)</u>

כאשר גלי ריווח נפגשים בחומר נוצרים מאמצי מתיחה. מעבר למאמץ מתיחה מסוים מתפתח כשל הנובע מאי-יכולתו של חומר לעמוד בעומס. על פי רוב, הכשל מתפתח באתרי נוקליאציה הקיימים בגלל ההטרוגניות של החומר. המתיחה יוצרת סדקים וחללים מיקרוסקופיים בחומר הגדלים ומתחברים לקבלת סדק מאקרוסקופי הנקרא פצלה (spall). תהליך הפצלה נותח רבות מבחינה הנדסית ואחד המודלים המקובלים לתיאורו יובא בהמשך.

במעקב אחר תנועת גלי הריווח בדגם באיור 2.6 (השונה מאיור 2.3 בכך שמתרחשת בו פצלה) נראה כי ברגע המפגש של שני גלים אלו (נקודה B התואמת לנקודה 7 באיור 2.4) מתפתח כשל בחומר ואם מאמץ המתיחה מספיק גבוה נוצר חלל בחומר היוצר שפה חופשית בתוך החומר. כתוצאה מכך גל ריווח ינוע משפה זו לשפה החופשית ויגרום לעליה פתאומית במהירות השפה החופשית של הדגם (נקודה C).



איור 2.6 - דיאגרמת *x-t* המתארת את תהליך הפצלה

תהליך יצירת החלל בדרך כלל אינו מידי ותלוי בתכונות החומר, בהיסטורית המאמצים ובקצב המעוותים. חישוב מקורב, המאפשר להעריך על פי מהירות השפה החופשית בלבד את המתיחות הנדרשת ליצירת פצלה בחומר, נעשה על פי איור 2.5. מאמץ המתיחה בנקודה 7 באיור 2.4 מחושב על ידי חצי הפרש המהירויות בשפה החופשית (נקודות 4 ו-8) כפול האימפדנס האקוסטי שהוא השיפוע של הדגם באיור 2.4. מכאן המשוואה לחישוב המאמץ ליצירת פצלה בחומר $\sigma_{spall}^{(0)}$,

$$\sigma_{spall}^{(0)} = \frac{1}{2}\rho_0 C_L \Delta V_{fs} \qquad (2.3.1)$$

כאשר $\Delta V_{fs} = V_A - V_C$ נקרא גם "velocity pullback". ניתן לקבל את משוואה (2.3.1) מתוך דיאגרמת p-v שבה $\sigma_{spall}^{(0)}$ הינה נקודת המפגש בין שני קווים בעלי שיפוע $\pm\rho_0 C_L$ היוצאים מנקודות $(V_A,0)$ ו-$(V_B,0)$. חישוב זה נכון כל עוד תהליך יצירת הפצלה מהיר והחומר לא עבר תהליכים לא אלסטיים לפני התפתחות הפצלה. נשים לב כי במצב בו מתרחש תהליך פצלה בדגם, ישתנה איור 2.4 כך שנקודה 11 באיור זה לא תתקיים.

3. מודלים לא אלסטיים לתיאור התנהגות החומר

בפועל, תחת העמסה דינאמית, התנהגותם של החומרים לרוב אינה אלסטית ולינארית. במקרה הנדון בעבודה זו החומר המרוכב מכיל מרכיב ויסקו-אלסטי (מטריצת האפוקסי) ועלינו להתחשב בהשפעתו על ידי שימוש במודלים המתאימים לחומרים ויסקו-אלסטיים. כמו כן, בקצבי מעוות גבוהים מתרחש כשל בחומר ולכן יש צורך להתחשב גם במנגנון הכשל על ידי שימוש במודל מתאים. פרק זה דן בשלושה מודלים מקובלים; משוואת מצב (EOS), Newtonian Viscosity ו- NAG, המתארים בהתאמה את ההתנהגות ההידרוסטטית, הדיוויאטורית ומודל הכשל של החומר הנדון.

3.1 תיאור ההתנהגות ההידרוסטטית של החומר

בכדי לתאר את התנהגות מטריצת האפוקסי תחת העמסה הידרוסטטית בחרנו להשתמש במודל שהוצע על ידי Zel'dovich et al. (1966) .

3.1.1 משוואת האנרגיה ועקום הוגוניו

משוואת שימור האנרגיה מתארת את עליית האנרגיה הפנימית ליחידת מסה (E_m) כתלות בקצב שבו נעשית עבודת המאמצים וקצב הוספת החום לחומר. בהעדר מעבר חום בהולכה, משוואת האנרגיה מנוסחת בצורה הבאה:

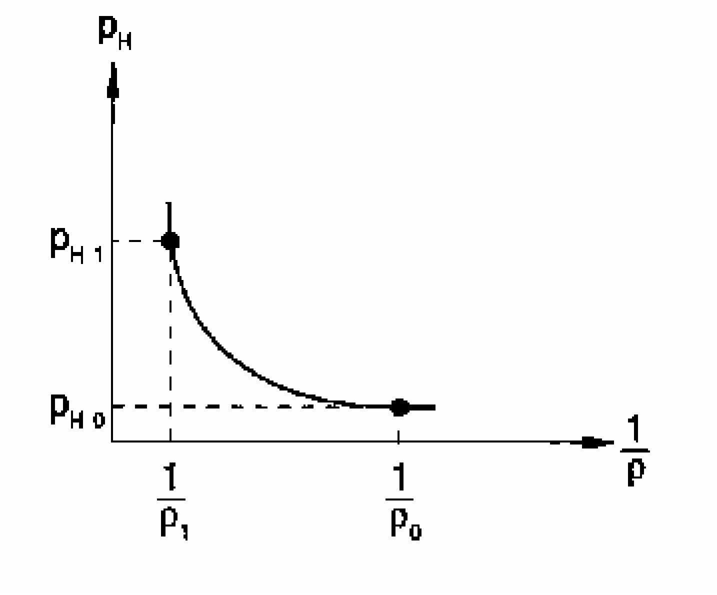
$$\rho\frac{\partial E_m}{\partial t}=p\frac{1}{\rho}\frac{\partial\rho}{\partial t}+\boldsymbol{S}:\dot{\boldsymbol{e}}+\rho\dot{Q} \qquad (3.1.1)$$

כאשר p הינו הלחץ בחומר ומוגדר כחיובי בלחיצה, $\boldsymbol{S}$ טנזור המאמץ הדיויאטורי, $\dot{\boldsymbol{e}}$ החלק הדיויאטורי של קצב המעוות , $\dot{Q}$ קצב מעבר החום ליחידת מסה ו- ρ צפיפות החומר. משוואת המצב מניחה כי הלחץ הוא פונקציה של הצפיפות והאנרגיה הפנימית ליחידת מסה,

$$p=\left(\rho,E_m\right) \qquad (3.1.2)$$

ומוגדרת בכל מצבי שיווי המשקל בחומר.

אם נזניח את התלות באנרגיה הפנימית במשוואה (3.1.2) נקבל קשר בין p ל- v (כאשר $v=\frac{1}{\rho}$ הוא הנפח הסגולי). קשר זה מתואר על ידי עקום הנקרא עקום הוגוניו Hugoniot Curve (Zel'dovich et al. 1966), המתאר את הקשר p-v המתקיים לאחר מעבר גל הלחץ בחומר. עקום זה מתואר באיור 3.1



איור 3.1 - תיאור סכימטי של עקום הוגוניו

יצוין כי השימוש בעקום הוגוניו מגדיר קשר בין p ל- v ואינו מהווה קירוב למשוואת המצב.

3.1.2 *משוואת המצב של* Mie-Gruniesen

במשוואת המצב של Mie-Gruniesen (Zel'dovich et al. 1966) מניחים תלות לינארית באנרגיה. צורתה המקובלת היא:

$$p - p_H = \Gamma\rho(E_m - E_H) \qquad (3.1.3)$$

כאשר p_H ו- E_H הם לחץ הוגוניו והאנרגיה ליחידת מסה, בהתאמה כאשר שניהם פונקציה של הצפיפות בלבד. Γ נקרא מקדם Gruniesen ומוגדר בצורה,

$$\Gamma = \Gamma_0 \frac{\rho_0}{\rho} \qquad (3.1.4)$$

$$\Gamma_0 = \left(\frac{\partial P}{\partial E_m}\right)_v$$

כאשר Γ_0 הוא קבוע חומר ו - ρ_0 זו צפיפות החומר הלא מועמס.

אנרגיית ההוגוניו E_H תלויה בלחץ ההוגוניו בצורה,

$$E_H = \frac{p_H \eta}{2\rho_0} \tag{3.1.5}$$

כאשר:

$$\eta = 1 - \frac{\rho_0}{\rho}. \tag{3.1.6}$$

על ידי שימוש בהגדרות הנ"ל (משוואות 3.1.4-3.1.6) ניתן לכתוב את (3.1.3) בצורה,

$$p = p_H\left(1 - \frac{\Gamma_0 \eta}{2}\right) + \Gamma_0 \rho_0 E_m. \tag{3.1.7}$$

3.1.3 עקום הוגוניו לינארי $U_s - U_p$

קירוב מקובל לעקום ההוגוניו מתקבל על ידי הקשר,

$$p_H = \frac{\rho_0 C_0^2 \eta}{(1 - s\eta)^2} \tag{3.1.8}$$

כאשר C_0 ו- s מגדירים תלות לינארית בין מהירות גל ההלם בחומר, U_s, לבין מהירות החלקיקים בחומר, U_p בצורה:

$$U_s = C_0 + sU_p \tag{3.1.9}$$

הקבוע s הוא קבוע אמפירי האופייני לחומר. C_0 הינה מהירות הגל הנפחי בחומר ומוגדרת על ידי,

$$C_0 = \sqrt{\frac{K}{\rho_0}} \tag{3.1.10}$$

על ידי הקירוב לעקום הוגוניו לינארי ניתן לקבל בהצבה למשוואה (3.1.7)

$$p = \frac{\rho_0 C_0^2 \eta}{(1 - s\eta)^2}\left(1 - \frac{\Gamma_0 \eta}{2}\right) + \Gamma_0 \rho_0 E_m. \tag{3.1.11}$$

3.2 תאור ההתנהגות הדיוויאטורית של החומר

משוואת המצב של החומר מתארת את ההתנהגות ההידרוסטטית של החומר. ניתן להשתמש רק בה כאשר מניחים כי לחומר יש חוזק נפחי בלבד. בחומרים שאנו בוחנים יש להתחשב בהתנגדות לגזירה ולכן עלינו לבחון בנפרד את ההתנהגות הדיוויאטורית של החומר. ניתן לעשות הפרדה זו בהנחה שההתנהגות ההידרוסטטית של החומר וההתנהגות הדיוויאטורית של החומר לא מצומדות. אנו מניחים שעקב קצבי המעוות הגדולים המתרחשים בעת האימפקט, האפוקסי מתנהג בקירוב כנוזל ניוטוני. כלומר, ההתנהגות ההידרוסטטית מתוארת על ידי משוואת המצב וההתנהגות הדיוויאטורית מתוארת על ידי המודל הניוטוני. בחומר אלסטי לינארי ההתנהגות הדיוויאטורית של חומר מוגדרת על ידי הקשר שבין החלק הדיוויאטורי של טנזור המאמץ לבין החלק הדיוויאטורי של טנזור המעוות האלסטי,

$$\boldsymbol{S} = 2G\boldsymbol{e} \qquad (3.2.1)$$

כאשר G הינו מודול הגזירה של החומר. במודל הנוזל הניוטוני ההתנהגות הויסקוסית בגזירה תלויה בקצב המעוות הדיוויאטורי באמצעות חוק Navier-Poisson,

$$\boldsymbol{S} = 2\mu\dot{\boldsymbol{e}} \qquad (3.2.2)$$

כאשר μ הוא מקדם הוויסקוסיות (צמיגות) הדינאמית של החומר. במהלך ההדמיות שבוצעו בעבודה זו נמצא כי המודל הניוטוני מספק קרוב טוב להתנהגות החומרים שנבחנו.

3.3 תיאור מנגנון הכשל בחומר

בניסויי אימפקט מישורי, בהם החומר נתון להעמסה חד-צירית, מנגנון הכשל המתפתח בחומר קרוי פצלה. בסעיף 2.3 מוצג איור המתאר את התפתחות גלי הלחץ בחומר כתוצאה מהאימפקט. בתת-פרק זה נבחן מודל מקובל לתיאור תהליך הפצלה בחומרים הנדסיים. מודל זה נקרא מודל נוקליאציה וגדילה (NAG) ומופיע בעבודתם של Seaman et al. (1976).

על פי מודל זה תהליך הפצלה המתרחש בחומר מתחלק לשלושה שלבים: נוקליאציה, גידול ואיחוד. נוקליאציה (Nucleation) מוגדרת כשלב בו נוצרים חללים חדשים בחומר. שלב הגידול (Growth) הינו השלב בו החללים שנוצרו בשלב הנוקליאציה גדלים. בחומרים משיכים הגידול הוא תהליך אחיד יחסית ומשוואות הגידול דומות למשוואות Rayleigh המתארות גידול בועת גז בנוזל. שלב האיחוד

(coalescence) הוא השלב הסופי המתרחש בסקלה המאקרוסקופית בו החללים גדלים במהירות, כאשר גבולות החללים נעים האחד לעבר השני ומתאחדים ליצירת משטח כולל הנקרא משטח פצלה. תהליך האיחוד הוא בעל קצב מהיר ביחס לשלב הגידול, וזאת מכוון שחוזק החומר ביחס לשטח החתך יורד בחדות כשנפח החללים היחסי במישור הפצלה עולה על 0.1-0.2 .

3.3.1 מודל NAG :

מטרת מודל NAG (Seaman et al. (1976)-Nucleation and Growth) היא לשלב את מרב המידע מהסקלות המיקרוסקופיות בתיאור תהליך הפצלה המאקרוסקופי. הקשר בין הסקלות השונות מתבצע על ידי ניסוח משוואות מצב המתארות חומר מוצק דו-פאזי, פאזת המוצק ופאזת החללים. משוואת המצב של החומר המוצק נידונה בחלק 3.1. כעת נתמקד במשוואת המצב עבור החללים ובקשר עם משוואות המצב של המוצק, כאשר ההתייחסות היא לחומר משיך בעל חללים שצורתם כדורית. במודל מתייחסים לתכונות סטטיסטיות של אוכלוסיית הפגמים, ועוקבים אחרי שני פרמטרים תלויי מקום : צפיפות החללים ליחידת נפח $N_v(x)$ (Void concentration) ונפח החללים היחסי $V_v(x)$ (Void Volume Fraction).

א. נוקליאציה

על פי המודל, כאשר מתרחש מצב בו הלחץ בפאזה המוצקה (P_s) גדול מלחץ הסף ליצירת נוקליאציה (P_{n0}), מתחיל תהליך הנוקליאציה וקצבו מוערך באמצעות הקשר,

$$\dot{N} = (\dot{N})_0 \exp\left(-\frac{P_s - P_{n0}}{P_{n1}}\right) \qquad (3.3.1)$$

כאשר P_{n0} הוא תכונת חומר, $(\dot{N})_0$ קצב נוקליאציה לייחוס (תכונת חומר) ו- P_{n1} הוא לחץ ייחוס.

מניחים שהתפלגות הגודל האינטגרלית ניתנת על ידי ,

$$N(R < r) = N_0 \exp\left(-\frac{R}{R_1}\right) \qquad (3.3.2)$$

כאשר R_1 הוא גודל החלל האופייני ו- r הוא רדיוס החלל. על סמך הנחה זו סך נפח החללים נתון על ידי,

(3.3.3)
$$V_V = \frac{4\pi}{3}\int_0^\infty R^3 \frac{dN}{dR} dR = 8\pi N_0 {R_1}^3$$

הנפח החדש שנוצר בצעד הזמן Δt מחושב כסכום נפחי החללים החדשים ומטעמי פשטות החישוב מניחים שהתפלגות גודל החללים נשמרת. הנפח החדש מנוקליאציה הוא, לכן :

(3.3.4)
$$\Delta V_n = 8\pi \dot{N} R_n^3 \Delta t .$$

כאשר R_n הוא רדיוס החללים ההתחלתי.

ב. גידול

כאשר $\mathrm{P_s} < \mathrm{P_{go}}$ כל חלל גדל לפי המשוואה האמפירית ,

(3.3.5)
$$\dot{R} = \left(-\frac{\mathrm{P_s} - \mathrm{P_{g0}}}{4\mu}\right)R ,$$

כאשר R ו- $\dot{R}$ הם רדיוס החלל וקצב גדילת הרדיוס, בהתאמה. $\mathrm{P_{g0}}$ הינו לחץ הסף לגידול חללים (תכונת חומר). חוזק החומר וכמות החללים הקיימת משפיעים על הגידול על ידי הגדרת לחץ הסף לגידול בצורה,

(3.3.6)
$$\mathrm{P_{g0}} = -\frac{2}{3}\mathrm{Y}\ln(V_V) ,$$

כאשר Y הוא מאמץ הכניעה של החומר. מאינטגרציה של משוואות הנוקליאציה והגידול מתקבל גידול נפח הכללי של המודל בצעד זמן.

(3.3.7)
$${V_V}^{(n+1)} = {V_V}^{(n)} \exp\left(-3\frac{\mathrm{P_s} - \mathrm{P_{g0}}}{4\mu}\right) + \Delta {V_n}^{(n+1)} ,$$

ג.החלשות החומר

הקשר בין משוואת המצב של המוצק $\mathrm{P_s}(V_s)$, לבין זו של החומר הדו-פאזי (מוצק+חללים) $\mathrm{P}(V)$ מתקבל על ידי השוואת הכוחות הפועלים על שטח החתך בין חומר מוצק ובין חומר הכולל חללים,

(3.3.8)
$$\mathrm{PA} = \mathrm{P_s A_s} ,$$

מכאן,

$$. P = P_s \frac{A_s}{A} = P_s V_s = P_s (1 - V_V)$$

כאשר A , שטח החתך של החומר, A_s שטח החתך של הפאזה המוצקה, V_s הוא הנפח יחסי של המוצק, ו- V_V הוא הנפח היחסי של החללים. במשוואה (3.3.8) ניתן לקבוע כי היחס בין שטח הפאזה המוצקה לבין שטח החתך של החומר שווה ליחס הנפחי של הפאזה המוצקה, מכיוון שבמצב במעוות חד-ממדי עובי החומר נשאר קבוע. משוואה (3.3.8) גורמת החלשה אפקטיבית של החומר עם עליית הנפח היחסי של החללים עקב הירידה בשטח החתך שלו. בנוסף, חוזק החומר יורד בהדרגה עם גדילת הנפח היחסי של החללים, לפי המשוואות האמפיריות הבאות Seaman et al. (1976) :

$$Y = Y_0 (1 - 4V_V \rho) \tag{3.3.9}$$

$$G = G_0 \left(1 - 15V_V \rho \frac{1-\nu}{7-5\nu} \right) \tag{3.3.10}$$

כאשר K הינו המודול הנפחי של החומר , G_0 מודול הגזירה של החומר בתחילת המעוות ו- ν הנו מודול פואסון.

ד. האיחוד

המודל לא דן באופן מפורט בתהליך התאחדות החללים, אלא באופן מקורב בלבד. מניחים שכאשר החללים נוגעים האחד בשני נוצר ניתוק בחומר. לשם יצירת נקודת השקה בין כל שני חללים מניחים כי דרוש נפח חללים יחסי של כ- 0.5.

4. תיאור הניסויים

עבודה זו, כמוזכר במבוא, מתבססת על ניסויי אימפקט שבוצעו על ידי Zaretsky et al. (2003). בניסויים אלו תותח גז בעל קוטר פנימי של 25מ״מ שימש להאצת אימפקטור למהירות אימפקט של 60-300m/sec. עקרון הפעולה של התותח מתבסס על יצירת שני אזורים בעלי הפרש לחץ גבוה המופרדים על ידי מחיצה, כאשר בזמן הירי המחיצה מוסרת והפרש הלחצים הגבוה מאיץ את האימפקטור. האימפקטור מודבק לקליע הנמצא בתחילת קנה המרוקן מאוויר על ידי משאבת וואקום. מאחורי המחיצה נבנה לחץ על ידי משאבה ומיכל הממולא ללחץ של 1-50 אטמוספרות, בהתאם למהירות האימפקט הרצויה. עם הסרת המחיצה כוח הלחץ מאיץ את האימפקטור לכוון הדגם הממוקם קרוב לקצה קנה התותח.

מהירות האימפקט נמדדת על ידי שני פינים הממוקמים בין קצה התותח לדגם. עם יציאת האימפקטור מהקנה, נוצר מגע בינו לבין שני הפינים, מגע זה מביא לסגירת מעגלים חשמליים. על ידי ידיעת המיקום היחסי של הפינים והזמן בין שני הפולסים החשמליים ניתן לחשב את מהירות האימפקט. מהירות השפה החופשית נמדדת בעזרת מערכת אופטית מבוססת לייזר (VISAR). הסטייה האפשרית בתוצאות הניסויי מוערכת ב-5% .

עוביים של הדגם והאימפקטור נבחרו כך שתנאי הניסויי יהיו חד-ממדים. לאורכם חשיבות רבה על משך הזמן בו הניסויי חד-ממדי, כל עוד לא יגיעו גלי ריווח מהשפה ההיקפית של הדגם (והאימפקטור) למרכזו, הניסויי חד-ממדי. לכן יש לדאוג כי אורך הדגם (והאימפקטור) יהיה כרבע מקוטרו לכל היותר.

4.1 החומרים בניסויים:

א. האימפקטור:

בניסויים נעשה שימוש באימפקטור אלומיניום 6061-T6 בעל אורך הנע ביו 1 ל- 6מ״מ. בכדי לבחון את התנהגות הדגם במצב דחיסה נעשה שימוש באימפקטור ארוך ובכדי לבחון את התנהגות הדגם במצב מתיחה נעשה שימוש באימפקטור קצר.

ב. הדגמים:

נעשו שלושה ניסויים בהם הדגם הנבדק היה עשויי אפוקסי הומוגני ושישה ניסויים בהם הדגם הנבדק עשוי 55% אפוקסי ו- 45% זכוכית.

האפוקסי:

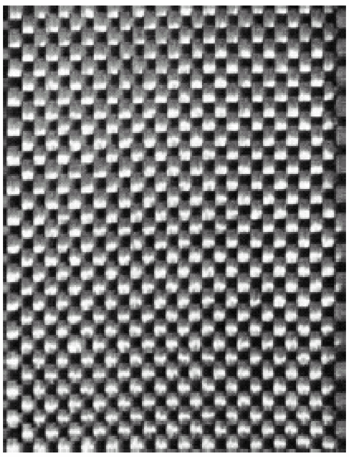
מאחר והחומר המרוכב הנחקר מכיל כ- 55% אפוקסי נחקרה התנהגות האפוקסי בפני עצמו תחילה. נתוני הניסויים לבחינת התנהגות מטריצת האפוקסי מובאים בטבלה 4.1.

טבלה 4.1 - נתוני הניסויים במטריצת האפוקסי

מספר ניסויי	מהירות האימפקט [m/sec]	עובי אימפקטור [mm]	עובי דגם אפוקסי [mm]
1	60	1	2.056
2	244	1	2.433
3	280	6.15	2.111

החומר המרוכב:

כאמור החומר המרוכב הנבחן בניסויים הינו חומר שכבתי מחוזק סיבים מבוסס אפוקסי. התנהגות חומר מרוכב על בסיס פולימרי (האפוקסי במקרה שלנו) מאופיינת על פי סוג הפולימר, אופן סידור הסיבים, תכונות הסיבים והיחס הנפחי של הסיבים בחומר. בדרך כלל חוזק החומר עולה עם עליית האחוז הנפחי של הסיבים. אופן סידור הסיבים בחומר המרוכב הנדון בעבודה זו הוא שכבות שכבות של סיבי זכוכית ארוכים מסודרים שתי וערב (כמתואר באיור 4.1) השרויים במטריצת אפוקסי.



איור 4.1 – שכבת סיבי זכוכית ארוכים מסודרים שתי וערב

השם המסחרי של חומר זה הוא פיברגלס 7781 אשר יוצר ב- "Orlite". חומר זה מכיל 12 שכבות של סיבי הזכוכית, על פי נתוני היצרן עובי כל שכבה הוא כ-0.25mm כך שהעובי הכללי של הדגמים נע בין

3.09 ל- 3.15מ״מ. היות וכיוון האימפקט היה בניצב לכיוון הסיבים, התנהגות הפיברגלס מושפעת בעיקר מהתנהגות מטריצת האפוקסי. על פי מאמרם של Zaretsky et al. (2003) המתבסס על נתוני היצרן, צפיפות הפיברגלס הינה $1830Kg/m^3$, מודול הגזירה G=4GPa ומודול יאנג E=23.5GPa בכיוון הסיבים. תכונות החומר בניצב לכיוון הסיבים נקבעו על ידי מדידת מהירות הגל האורכי α_L והגל הרוחבי α_S בבדיקות אולטרסוניות. הערכים שהתקבלו בבדיקות אלו הם,

$$\alpha_L = 2880[m/\sec],$$
$$\alpha_S = 1460[m/\sec].$$

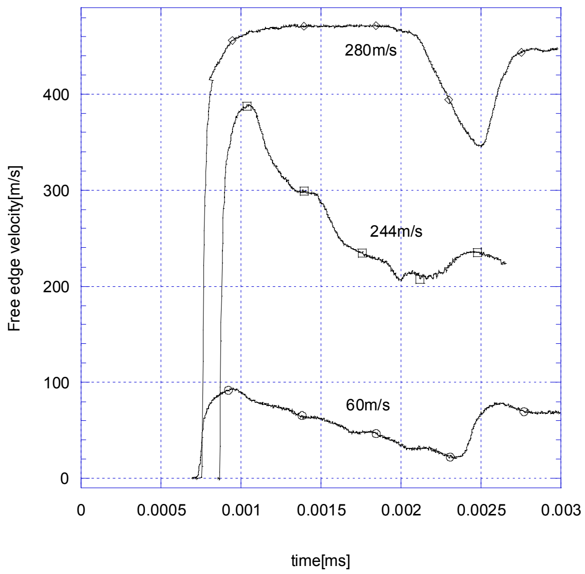
כאמור בסה״כ בוצעו שישה ניסויי אימפקט על החומר המרוכב, טבלה 4.2 מסכמת את נתוני ניסויים אלו.

טבלה 4.2 - נתוני הניסויים בחומר המרוכב

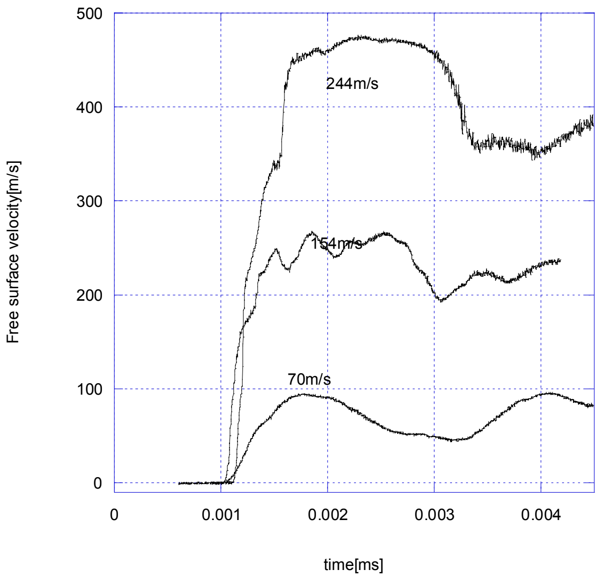
מספר ניסויי	מהירות אימפקט [m/sec]	עובי אימפקטור [mm]	עובי דגם מרוכב [mm]
4	65	6.13	3.156
5	70	3.11	3.120
6	83	5.06	3.113
7	144	5.06	3.092
8	154	5.06	3.120
9	281	5.06	3.120

4.2 תוצאות הניסויים

באיור 4.2 מוצגים פרופילי מהירות השפה החופשית שנמדדו במהלך שלושת הניסויים הראשונים בהם הדגמים עשויים אפוקסי הומוגני. באיורים 4.3 ו-4.4 מוצגים פרופילי מהירות השפה החופשית שנמדדו במהלך ששת הניסויים בהם הדגמים עשויים מהחומר המרוכב.

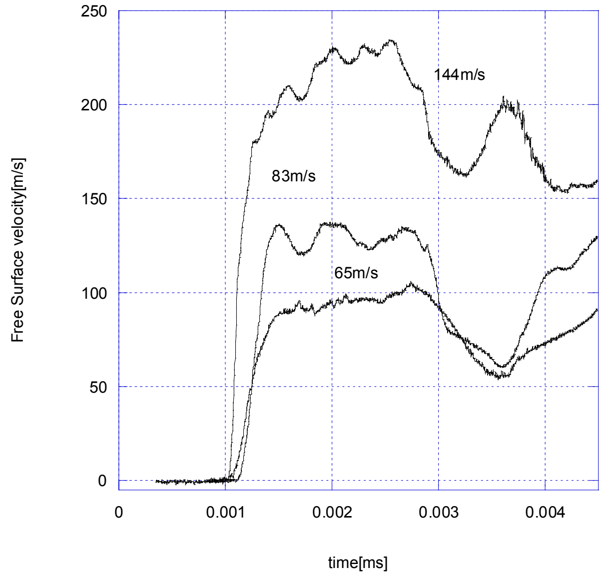


איור 4.2 - תוצאות הניסויים באפוקסי



איור 4.3- תוצאות ניסויים בחומר המרוכב

ניסויים 5,8,9



איור 4.4- תוצאות הניסויים בחומר המרוכב

ניסויים 4,6,7

מתוצאות הניסויים ניתן לראות כי צורת פרופילי מהירות השפה החופשית מתחלקים לשלושה שלבים. שלב ראשון, ״שלב העלייה״, הינו עליית מהירות השפה החופשית לאחר הגעת גל ההעמסה מהאימפקטור. שלב השני, ״שלב הפסגה״, הינו השלב בו מהירות השפה החופשית נשארת קבועה או מתגברת מעט. השלב השלישי, ״שלב השחרור״, הינו השלב בו מהירות השפה החופשית יורדת עקב הגעת גל השחרור מהאימפקטור. עבור הניסויים בחומר המרוכב ניתן להבחין כי בשלב הפסגה קיימת תופעה ברורה של אוסצילציות במהירות השפה החופשית. קיום אוסצילציות אלו בחומר המסחרי הנידון לא תואם את המימצאים של Barker (1971) ו-Sabina and Willis (1988) שככל שהגודל היחסי של המרכיבים קטן, התגובה הדינאמית האפקטיבית של החומר מזדהה עם התנהגותו של חומר הומוגני בעל מאפיינים ויסקוסיים.

עבודה זו תתמקד במציאת סיבה אפשרית להתפתחות אוסצילציות אלו על ידי ביצוע הדמיות של הניסויים. בפרט, נבחן את ההשערה כי הגורם לאוסצילציות אלו טמון במבנה החומר, כלומר אי האחידות בפילוג הסיבים בחומרים אלו הוא הגורם לאוסצילציות בגלי הלחץ.

5. השפעת המיקרו מבנה על התגובה הדינאמית של חומרים מרוכבים שכבתיים

בפרק זה נדון בהשפעת המיקרו מבנה על תגובתם להעמסת אימפקט של חומרים מרוכבים שכבתיים. כפי שיתואר בהמשך, נראה כי עבור שני חומרים מרוכבים בעלי תכונות מכאניות אפקטיביות זהות, אך עם פילוג שונה של המרכיבים, תתקבל תגובה דינאמית שונה. נדון בשני סוגי ליווח אפשריים ובאופן הגדרתם. לאחר מכן נבצע אנליזה בשיטת הקווים האופייניים לחומרים בעלי שני סוגי הליווח ונשווה תוצאות אלו עם התוצאות המתקבלות מאנליזות אלמנט סופי מקבילות. לבסוף נשתמש במודלים הלא-אלסטיים בכדי לקרב את תוצאות הניסויים.

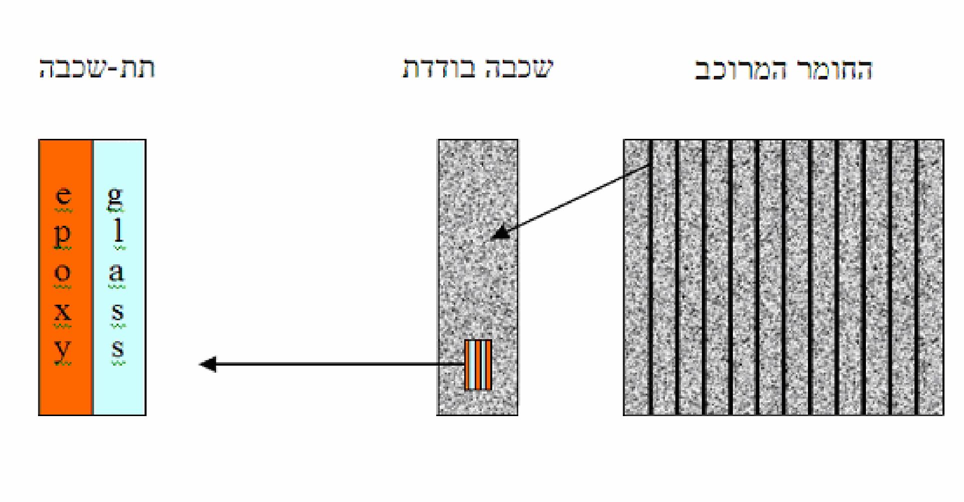
5.1 אנליזה בשיטת הקווים האופייניים עבור חומרים עם פילוג לא אחיד של מרכיביהם

בשלב הראשון המיועד לבחון את השפעת המיקרו מבנה על התגובה הדינאמית של חומרים מרוכבים שכבתיים, בוצעה אנליזה בשיטת הקווים האופייניים בה אנו מניחים כי המרכיבים הם לינאריים ואלסטיים. אנליזה זו בוצעה על ידי תוכנת מחשב הפותרת את משוואות הגלים עבור כל נקודה וזמן בחומר. התוכנה מבצעת הדמיה של בעיית אימפקט בין אימפקטור אלומיניום לבין חומר מרוכב שכבתי, המכיל זכוכית בנפח יחסי של C_g=0.45 ואפוקסי בנפח יחסי של C_e=0.55. התוכנה מאפשרת הגדרת תכונות המרכיבים וגודלם הגיאומטרי. כמו כן התוכנה מאפשרת לשנות את פילוג השכבות לאורך החומר כאשר התכונות האפקטיביות של החומר המרוכב, קשיחות וצפיפות נשמרות קבועות.

5.1.1 הגדרת המודל וקביעת פילוג המרכיבים בחומר

כאמור, בחומרים אשר נבחנו במהלך הניסויים על ידי Zaretsky et al. (2003) הדגמים שנבחנו מורכבים מ-12 שכבות של מטריצת אפוקסי המחוזקות בשתי וערב של סיבי זכוכית. בכל שכבה מספר רב מאוד של סיבי זכוכית (כ-1,000). ברור שפתרון מדויק של בעיה זו, אנליטי או נומרי, הינו בלתי ישים. מכיוון שבמהלך עבודה זו נדונה רק בעיה חד-ממדית בה התזוזה היא בניצב לכיוון הסיבים, קורב המבנה של החומר המחוזק סיבים על ידי מודל של חומר שיכבתי (laminated material). מודל זה יורכב מ-12 שכבות (laminates) שכל אחת מהן מורכבת ממספר רב של תת-שכבות (sub-layers). כל תת-שיכבה הינה למעשה צמד בינארי המורכב מאפוקסי וזכוכית (ראה איור 5.1). במודלים שנבחנו במהלך העבודה מספר תת-השכבות בכל שיכבה נע בין 5 ל- 40. בהתאמה, מספר הממשקים

(interfaces) לכל אורך הדגם ינוע בין 120 ל- 960. גודלה (עובייה) של כל תת-שיכבה הינו קבוע ונקבע למעשה על פי מספר תת-השכבות N בכל שיכבה.



איור 5.1 – מבנה החומר המרוכב

על מנת לתאר את השינוי בריכוזי המרכיבים כתלות במיקום לאורך הדגם (השכבה), עוביים היחסי של המרכיבים בכל תת-שיכבה משתנה. ברור כי כאשר פילוג המרכיבים בחומר קבוע, עוביים היחסי של המרכיבים בכל תת-השכבות הינו אחיד ונקבע בפשטות על פי הנפח היחסי של המרכיבים. במקרה הכללי יותר אנו מניחים כי פילוג המרכיבים נתון על ידי הפונקציה $f_g(x)$,

$$0 \le f_g(x) \le 1 \tag{5.1}$$

המתארת את ההסתברות להמצאות מרכיב הזכוכית (למשל) בנקודה x המוגדר בתחום- $0 \le x \le L_l$, כאשר L_l זהו עובי השכבה. ברור כי ההסתברות להמצאות המרכיב השני (האפוקסי) בנקודה זו הינו,

$$f_e(x) = 1 - f_g(x) \tag{5.2}$$

סך כל הנפח היחסי של הזכוכית הינו,

$$C_g = \frac{1}{L_l}\int_0^{L_l} f_g(x)dx \tag{5.3}$$

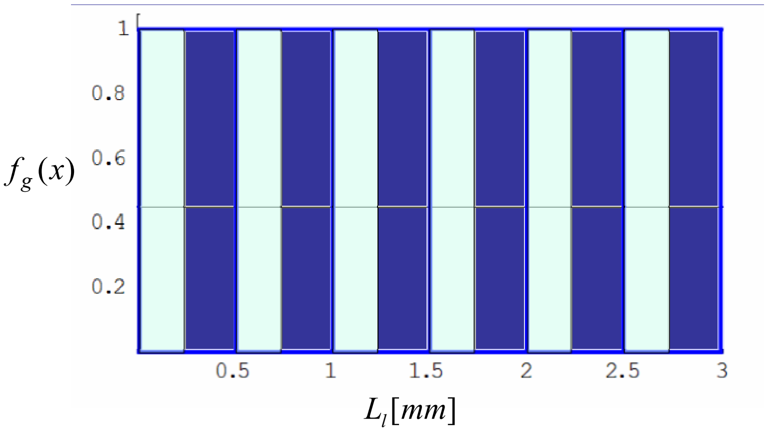
העובי היחסי של מרכיב הזכוכית בתת-השכבה ה-n, בתחום שבין x_n ל- x_{n+1} , הינו,

$$C_n = \frac{N}{L_l}\int_{x_n}^{x_{n+1}} f_g(x)dx \qquad (5.4)$$

במהלך העבודה נבחנו שתי משפחות של פילוגים. בתחילה נבחן הפילוג אחיד בו,

$$f_g^u(x) = C_g \qquad (5.5)$$

דוגמה למודל של שכבה עם 6 תת-שכבות המפולגות באופן אחיד מוצגת באיור 5.2. התגובה הדינאמית של חומרים עם פילוג מסוג זה נמצאה שלא בהתאמה עם המדידות שהתקבלו במהלך הניסויים.



איור 5.2 - פילוג אחיד גס - 6 תת-שכבות

(הגוון הכהה מייצג את האפוקסי, הקווים העבים מיצגים את תת-השכבות)

המשפחה השנייה כללה מודלים עם פילוגים נורמאליים מהצורה,

$$f_g^n(x) = C_{g0} + \frac{1}{\sqrt{2\pi S_d}}\exp\left[-\frac{1}{2S_d{}^2}\left(\frac{x}{L_l}-\frac{1}{2}\right)^2\right] \qquad (5.6)$$

כאשר S_d הינה סטיית התקן ו- C_{g0} הינו קבוע תיקון הדואג שהאחוז הנפחי של הזכוכית בחומר המרוכב יהיה C_g וערכו נקבע על ידי,

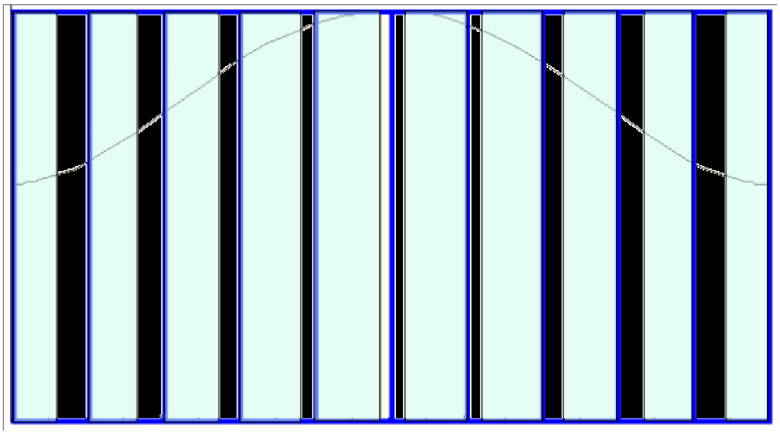
$$C_{g0} = C_g - \frac{N}{L_l}\int_0^{L_l}\frac{1}{\sqrt{2\pi S_d}}\exp\left[-\frac{1}{2S_d{}^2}\left(\frac{x}{L_l}-\frac{1}{2}\right)^2\right]dx \qquad (5.7)$$

מהתנאי המופיע במשוואה (5.1) ומההגדרה במשוואה (5.6) נובע כי חייב להתקיים התנאי,

$$\sqrt{2\pi S_d} + \exp\left(-\frac{1}{8S_d{}^2}\right) \ge 1 \qquad (5.8)$$

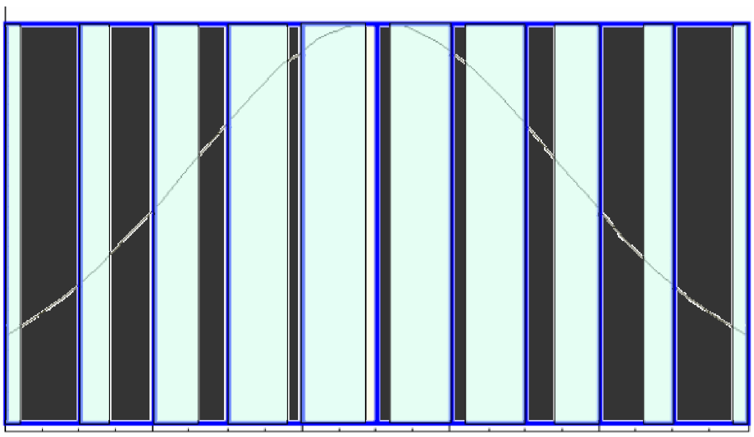
ומכאן הערך המינימאלי האפשרי עבור S_d הינו בקירוב 0.16.

הבחירה בפונקצית התפלגות נורמאלית נובעת מההנחה כי קיימת התפלגות חלקה של המחזקים לאורך החומר. בנוסף, היתרון בבחירת הפונקציה $f_g^n(x)$ נעוץ בעובדה כי ניתן לקבל מגוון רחב של פילוגים על ידי בחירת הערך המתאים של פרמטר סטיית התקן S_d במשוואה (5.6). כך למשל, בחירה של S_d קטן משמעותה פילוג חד שבו אחוז גדול מהזכוכית מרוכז במרכז השכבה וככל שנגדיל את S_d יתקבל פילוג שמתקרב לפילוג האחיד. דוגמאות לשכבה עם פילוגים עם $S_d = 0.4$ ו- S_d =0.25 מוצגות באיורים (5.3) ו- (5.4) בהתאמה.



איור 5.3 – ליווח בעל פילוג נורמאלי עם $S_d = 0.4$ ו-10 תת-שכבות

(הגוון הכהה מייצג את האפוקסי, הקווים העבים מיצגים את תת-השכבות)



איור 5.4 – ליווח בעל פילוג נורמאלי עם $S_d = 0.25$ ו-10 תת-שכבות

(הגוון הכהה מייצג את האפוקסי, הקווים העבים מיצגים את תת-השכבות)

5.1.2 תוצאות האנליזות בשיטת הקווים האופייניים עבור סוגי הליווח השונים

כמוזכר בסעיף הקודם, בשלב ראשון בוצעו הדמיות אימפקט עבור החומרים בעלי הליווחים השונים בשיטת הקווים האופייניים. אנליזה זו בוצעה באמצעות קוד שנכתב עבור תוכנת המחשב Mathematica 4.1 (פתרון דוגמה פשוטה והקוד המלא מופיע בנספח ג'). בחלק זה נביא את תוצאות הדמיות אלו עבור סוגי הליווח השונים - ליווח אחיד וליווח עם פילוג נורמאלי. תכונות מרכיבי החומר המרוכב והאימפקטור (אלומיניום) שבהם נעשה שימוש בהדמיות, מובאים בטבלה 5.1.2

5.1.2.1 תוצאות ההדמיות עבור ליווח אחיד

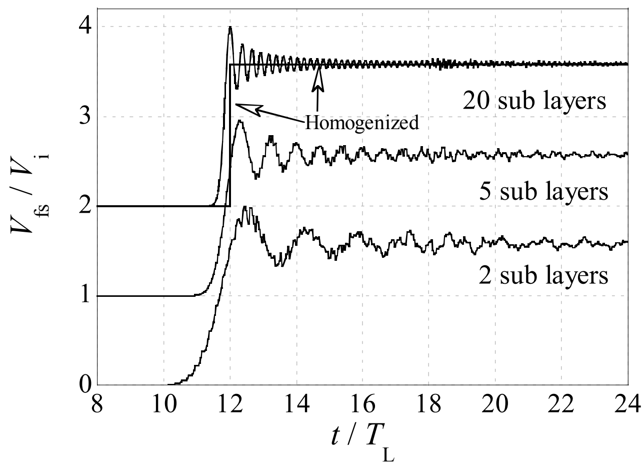
תוך שמירה על יחס נפחי קבוע של הזכוכית, נבחנה התגובה של חומרים מרוכבים בעלי ליווח אחיד כאשר מספר תת-השכבות בכל שכבה מרוכבת הוגדל בהדרגה. התוצאות עבור פרופיל מהירות השפה החופשית עבור שלושה ליווחים שונים מובאים באיור 5.5. תוצאות ההדמיה באיור 5.5 הם עבור חומרים עם 2, 5, ו-20 תת-שכבות. בהתאמה, מספר הצמדים הבינאריים אפוקסי זכוכית הם 24, 60 ו-240. סך כל הממשקים לאורך החומר הם 47, 119 ו- 479. ציר הזמן מנורמל בזמן האופייני $T_L = \delta / C_L^{(c)}$, כאשר δ היא עובי השכבה המרוכבת, $C_L^{(c)} = \sqrt{E_L^{'} / \rho_{ef}}$ זו מהירות הגל האורכי האפקטיבית, כאשר $E_L^{'}$ מוגדר כמודול הקשיחות האפקטיבי בהעמסה חד-ממדית וערכו-

$$E_L^{'} = \left(\frac{C_g}{E_g^{'}} + \frac{C_e}{E_e^{'}} \right)^{-1} \qquad (5.9)$$

ציר המהירות מנורמל במהירות האימפקט V_i. (לשם בהירות פרופילי המהירות מוסטים מעלה בערך מהירות האימפקט בין מקרה למקרה)

טבלה 5.1.2 - תכונות החומרים בהדמיות

חומר	מודול יאנג $E[\mathrm{GPa}]$	יחס פואסון ν	צפיפות $\rho\ [\mathrm{g/cm^3}]$
אלומיניום	70	0.3	2.7
אפוקסי	4.09	0.39	1.123
זכוכית	72	0.2	2.0



איור 5.5 - פרופילי מהירות השפה החופשית עבור חומרים

בעלי ליווח אחיד עם 2, 5 ו- 20 תת-שכבות

ניתן לראות באיור 5.5 כי קיימת דעיכה מהירה יותר של האוסצילציות בפרופיל מהירות השפה החופשית ככל שמספר תת-השכבות גדל. הגדלת מספר תת-השכבות מעדנת את המיקרו-מבנה, וככל שהמבנה נעשה עדין יותר, פרופילי מהירות השפה החופשית מתכנסים לפרופיל מהירות המתאים למקרה בו החומר הוא הומוגני (מסומן בחץ באיור).

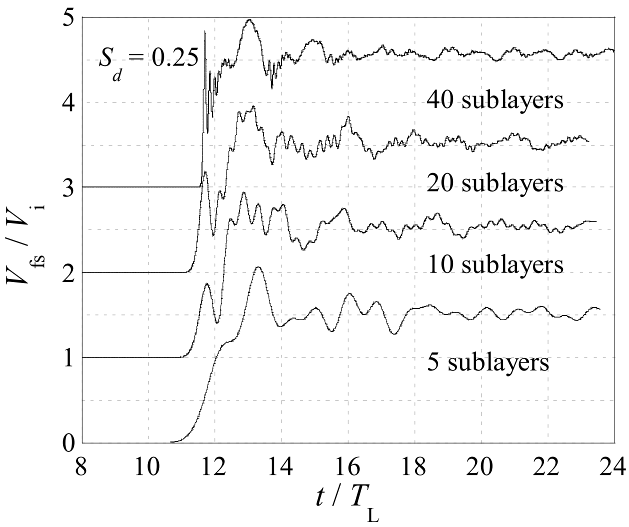
5.1.2.2 תוצאות ההדמיה עבור ליווח לא אחיד

תוך שימוש באותם עקרונות מהסעיף הקודם נבחנה התגובה של חומרים מרוכבים בעלי ליווח לא אחיד בהם פונקצית הפילוג היא נורמאלית. גם הפעם נבחנה ההשפעה של הגדלת מספר תת-השכבות, תוך שמירה על סטיית תקן קבועה $S_d = 0.25$. תוצאות האנליזה מובאות באיור 5.6. באיור מוצגים ארבעה פרופילי מהירות שפה חופשית עבור חומרים עם 5, 10, 20 ו-40 תת-שכבות. בהתאמה, מספר הצמדים הבינאריים אפוקסי זכוכית הם 60, 120, 240 ו-480. סך כל הממשקים לאורך החומר הם 119, 239, 479 ו- 959. לשם בהירות פרופילי המהירות מוסטים מעלה בערך מהירות האימפקט בין מקרה למקרה.

מהתוצאות ניתן להסיק כי פרופילי מהירות השפה החופשית מתכנסים לגבול מסוים התלוי רק בסוג הפילוג ולא במספר תת-השכבות. עבור החומר בעל המבנה העדין (40 תת-שכבות), נצפו אוסצילציות המזכירות את אלו שנצפו בפרופילי מהירות השפה החופשית שבניסויים.

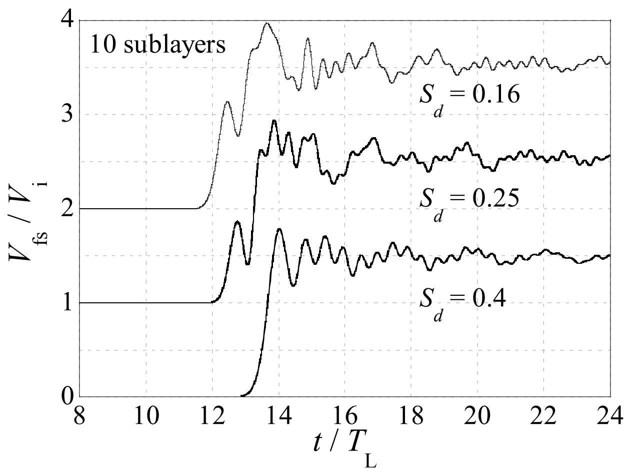
5.1.2.3 השפעת פילוג השכבות על התנהגות החומר

פרופילי מהירות השפה החופשית של חומרים מרוכבים בעלי מיקרו-מבנה עדין (10 תת-שכבות, 120 צמדים בינאריים אפוקסי-זכוכית ו- 239 ממשקים), ופונקציות פילוגים נורמאליות בעלות שלוש סטיות תקן שונות (0.16, 0.25 ו- 0.4) מובאים באיור 5.7 .



איור 5.6 - פרופילי מהירות השפה החופשית עבור חומרים

בעלי ליווח לא אחיד עם 5, 10, 20 ו- 40 תת-שכבות



איור 5.7 - פרופילי מהירות השפה החופשית עבור חומרים

בעלי ליווח לא אחיד עם התפלגות שונה של המרכיבים

עבור החומר המרוכב בעל הפילוג עם סטיית התקן הגדולה יותר, התקבל פרופיל מהירות שפה החופשית הדומה לפרופילי מהירות השפה החופשית המתקבלים עבור חומרים בעלי ליווח אחיד (איור 5.5). לעומת זאת עם הקטנת סטית התקן (ויצירת שינויי חד בפילוג המרכיבים לאורך השכבות), האוסצילציות בפרופילי מהירות השפה החופשית נעשות גבוהות, מורכבות ובעלות קצב דעיכה נמוך. בנוסף, ניתן להבחין כי בחומרים בהם סטיית התקן של הפילוג היא 0.25 ו-0.16, פרופיל המהירות עלה לערכו הסופי בשני שלבים באופן הדומה לעלייה הדו-שלבית שנצפתה בתוצאות הניסויים. תופעה זו נובעת מפולס לחץ מקדים, Precursor, הנע לפני גל הלחץ הראשי.

5.2 – אנליזת *FE* לחומרים בעלי אופני ליווח שונים

כמוזכר במבוא, בעבודה זו בוצעו הדמיות בעזרת תוכנת אלמנט סופי –ABAQUS. בחלק זה נביא את השלבים השונים שבוצעו על מנת לבנות מודל אלמנט סופי חד-ממדי של החומר המרוכב-שכבתי.

5.2.1 – שימוש בתוכנת קדם לבניית מודל אלמנט סופי

תוכנת הקדם נכתבה בקוד המתאים לתוכנה Mathematica ומקבלת כקלט מלבד תכונות החומר של המרכיבים את ששת הפרמטים הבאים :

אורך האימפקטור

אורך הדגם

המהירות ההתחלתית של האימפקטור

מספר האלמנטים הסופיים לאורך כל שכבה

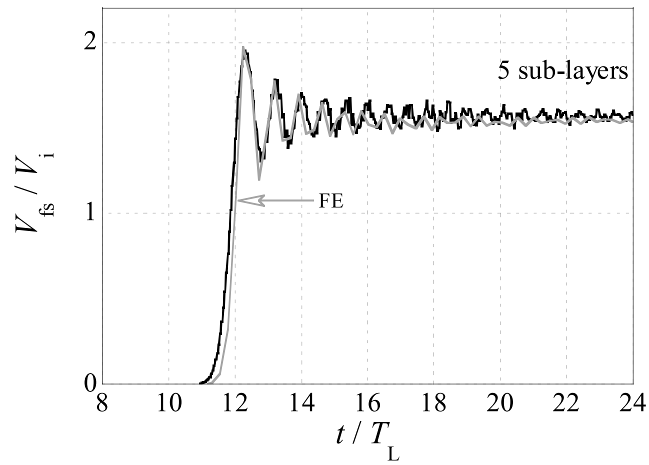
פונקצית הפילוג לאורך השכבה

מספר תת-השכבות בכל שכבה

בעזרת שישה פרמטרים אלו ניתן להגדיר את הגיאומטריה של החומר המרוכב ואת תנאי השפה וההתחלה של הבעיה הפיסיקלית. פרמטרים נוספים הדרושים להגדרת המודל הקשורים בשיקולים נומריים טהורים, מוגדרים בתוכנת הקדם באופן אוטומטי כתלות בששת הפרמטרים הנ״ל.

5.2.2– אנליזות FE של אימפקט בחומרים עם פילוגים שונים של המרכיבים

באמצעות תוכנת הקדם, בוצעו אותן ההדמיות שבוצעו בעזרת שיטת הקווים האופייניים והוצגו בסעיף 5.1.2. האיורים הבאים מביאים תוצאות מייצגות לאנליזה שבוצעה ב-FE והשוואה לאנליזות שבוצעו בשיטת הקווים האופייניים.



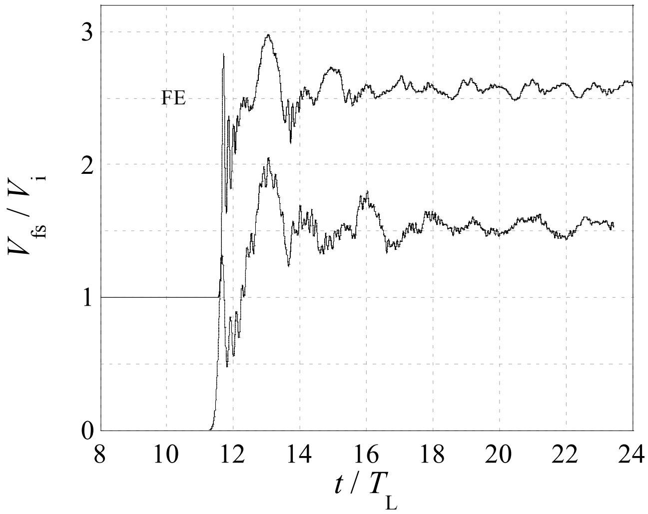
איור 5.8 – תוצאות FE (באפור) בהשוואה לתוצאות ההדמיה בשיטת הקווים האופייניים (בשחור)

5.2.2.1 התוצאות עבור ליווח אחיד

באיור 5.8 מוצג פרופיל מהירות השפה החופשית עבור חומר בעל ליווח אחיד עם 5 תת-שכבות שחושבו מהדמיות בשתי שיטות שונות, הדמיה בשיטת הקווים האופייניים והדמיה בשיטת FE. ניתן לראות באיור 5.8 כי קיימת התאמה טובה בין תוצאות ההדמיה בשיטת FE לתוצאות ההדמיה בשיטת הקווים האופייניים. בכדי לקבל התאמה טובה יותר יש להגדיל את מספר האלמנטים במודל. מכוון שמספר האלמנטים בו אנו יכולים להשתמש במודל הוא מוגבל (על ידי משאבי החישוב שלנו) עלינו לקבוע מספר אלמנטים מקסימלי שבו יוקר החישוב יהיה מעשי ועם זאת יביא לתוצאות מספקות. ערך מקסימלי זה נקבע באמצעות הגבלת המינימום של אלמנטים לאורך תת-שכבה אחת ל-15, והמקסימום של תת-שכבות לאורך שכבה אחת ל-40. ערכים אלו הביאו לקבלת תוצאות מהימנות בעלות חישובית סבירה.

5.2.2.2 תוצאות עבור ליווח לא אחיד

איור 5.9 מביא את תוצאות ההדמיות עבור חומר מרוכב עם פילוג נורמאלי שבו סטיית התקן שווה ל-0.25 וכל שכבה מחולקת ל-40 תת-שכבות (גרף תוצאות FE ממוקם בגובה השווה למהירות האימפקט לשם נוחיות).



איור 5.9 – תוצאות FE בהשוואה לתוצאות ההדמיה

בשיטת הקווים האופייניים עבור ליווח לא אחיד

ניתן לראות מאיור 5.9 כי קיימת התאמה טובה בין תוצאות ההדמיה בשיטת FE לתוצאות ההדמיה בשיטת הקווים האופייניים גם עבור הליווח הלא אחיד. מהתוצאות בסעיף זה ניתן להסיק כי תוכנת הקדם שנכתבה אמינה ובאמצעות מידול עדין מספיק ניתן להגיע לתוצאות מהימנות.

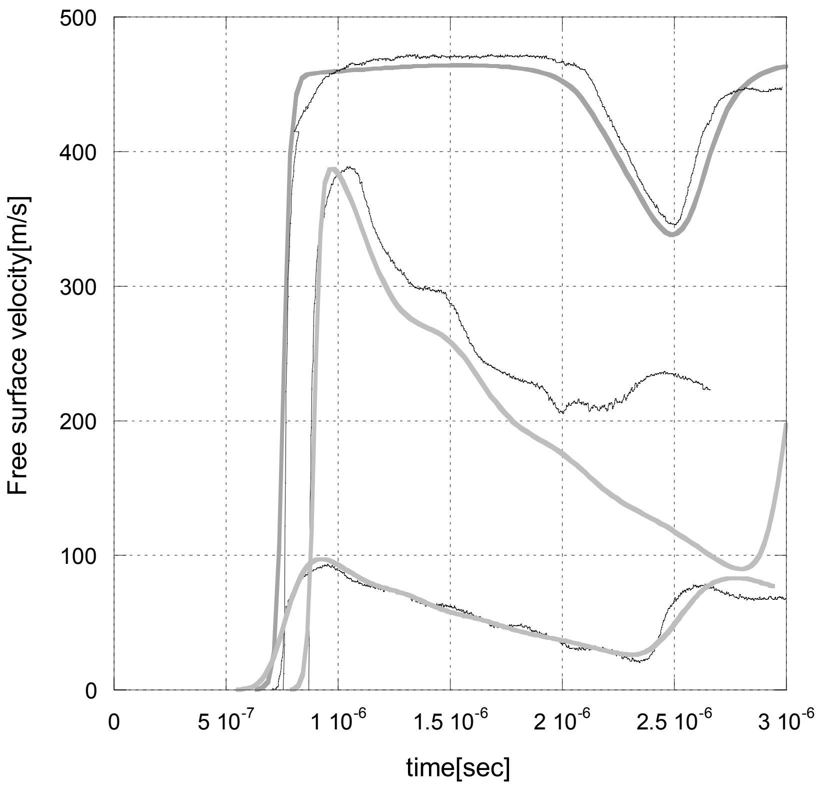
5.3 הדמיות FE לחומר המרוכב עם מודל לא אלסטי-לינארי

ההדמיות שבוצעו בסעיף הקודם הזניחו את האפקט הויסקואלסטי הקיים באפוקסי. הזנחה זו נעשתה בשלבים הראשונים על מנת לבחון את ההשפעה של המיקרו-מבנה על ההתנהגות הדינאמית של החומר המרוכב. מכוון ששיטת הקווים האופייניים מאפשרת לנו לפתור בעיה בה החומר הנדון הוא אלסטי-לינארי בלבד, לא ניתן לבצע הדמיה של חומר ויסקואלסטי בשיטה זו. בפרק זה נביא את תוצאות ההדמיות ב-FE שבוצעו בשילוב מנגנון ויסקואלסטי ומודל כשל לחומר המרוכב.

5.3.1 התאמת פרמטרים עבור האפוקסי

בכדי לתאר טוב יותר את התנהגות מטריצת האפוקסי תחת העמסת אימפקט מישורי בחרנו להשתמש במודל המתאר את משוואת המצב של החומר (EOS). במודל זה ניתן להגדיר מאפיינים ויסקואלסטיים להתנהגות הדיווטורית של החומר. בכדי להשתמש במשוואת המצב יש לאפיין את החומר בעזרת 5 קבועים : C_0, s, Γ_0, μ ו-ρ_0. את הקבוע Γ_0 קבענו כבעל ערך אפס, ρ_0 ידוע מנתוני היצרן ו- C_0 נתון על ידי נוסחא (3.1.10). נציין כי משמעות ההנחה כי $\Gamma_0 = 0$ היא שאין שינויי בלחץ האפוקסי כתוצאה משינוי באנרגיה הפנימית. כלומר עקום ההוגוניו של האפוקסי מתנהג בקירוב כאיזנטרופה. הקבועים שנותרו להגדרה s ו-μ, נקבעו על סמך סידרה של הדמיות בהן נבחן טווח של הקבועים עד לקבלת התאמה טובה עם הניסויים שבוצעו על מטריצת האפוקסי. הערכים שנמצאו מתאימים עבור קבועים אלו הם : $s = 3$ ו-$\mu = 90[\mathrm{Pa \cdot s}]$. תוצאות ההדמיות מובאות באיור 5.10.

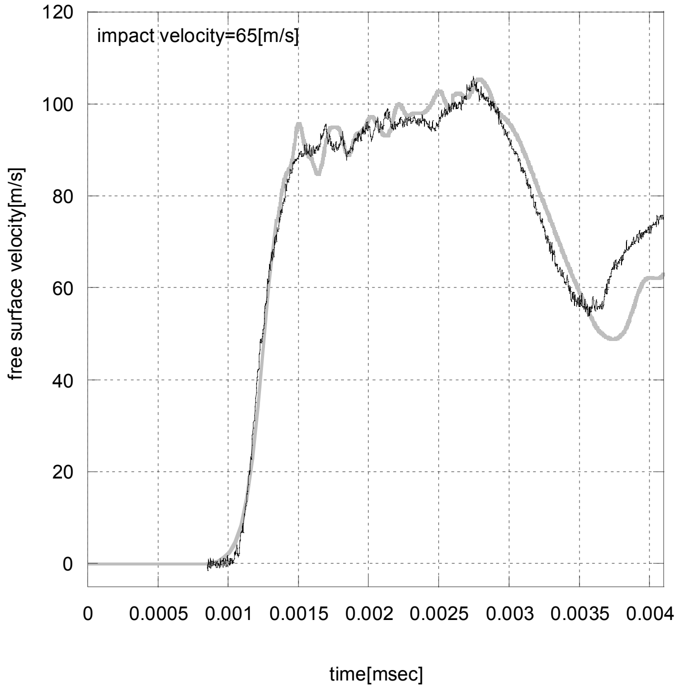
ניתן לראות מאיור 5.10 כי ההדמיה על ידי שימוש במודל EOS מתארת בצורה טובה את התנהגות מטריצת האפוקסי הן במהירויות האימפקט הגבוהות והן במהירויות הנמוכות. בשלב העלייה של המהירות קיימת התאמה טובה, הן במגמה והן במהירות המקסימלית אליה מגיעה השפה החופשית. ההתאמה לתוצאות ניסויי 1 (התחתון) וניסויי 3 (העליון), בהם האימפקטור ארוך, היא כמעט מוחלטת אך ההתאמה לניסויי בעל האימפקטור הקצר (האמצעי) אינה כה מדויקת עקב התרחשות הפצלה בו. התאמה מוגבלת זו נובעת מכך שההדמיות הנ״ל הן ללא מודל הכשל ואינן מתחשבות בפצלה שהתרחשה בניסויי 2.



איור 5.10 - השוואה בין תוצאות ההדמיות ב- ABAQUS לתוצאות הניסויים. הקווים האפורים והשחורים מראים את תוצאות ההדמיה על ידי שימוש במודל EOS והניסויים בהתאמה.

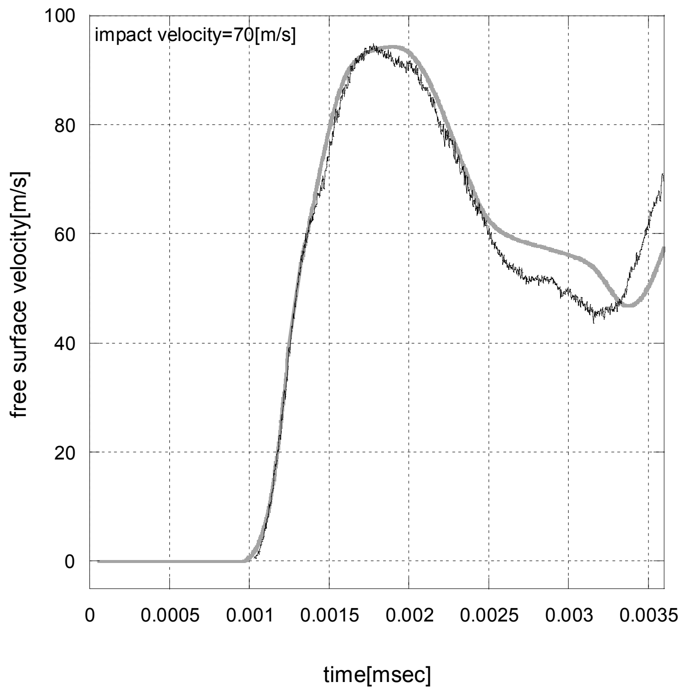
<u>5.3.2 – הדמיות עם מודל ויסקואלסטי לחומר המרוכב</u>

בתת הפרק הקודם חישבנו את הפרמטרים שבאמצעותם ניתן לבצע הדמיה טובה של התנהגות האפוקסי. כעת נשלב את המידע מחלק זה להדמיית החומר המרוכב. את ההדמיות ביצענו למהירויות הנמוכות בלבד (עד 70 m/s), בהן לא נצפה כשל בחומר על פי Zaretsky et al. (2003). כמו כן הנחנו כי הזכוכית מתנהגת כחומר אלסטי ולינארי. תוצאות ההדמיות מובאות באיורים 5.11 - 5.12. פירוט הפרמטרים עבור תכונות החומר והפילוג מובאים בטבלה 5.4.3 בסוף הפרק.



איור 5.11 – תוצאות ההדמיה עבור ניסויי מספר 4 בעזרת EOS

הקו השחור והאפור מתייחסים לתוצאות הניסוי וההדמיה, בהתאמה



איור 5.12 – תוצאות ההדמיה עבור ניסויי מספר 5 בעזרת EOS

הקו השחור והאפור מתייחסים לתוצאות הניסוי וההדמיה, בהתאמה

5.4 הדמיות FE לחומר המרוכב עם מודל כשל

בפרק זה נביא את תוצאות ההדמיות ב-FE שבוצעו על החומר המרוכב תוך הכנסת מנגנון כשל בנוסף למנגנון הויסקואלסטי שנידון בסעיף הקודם. מנגנון הכשל הוכנס תוך שימוש בפרוצדורה המיישמת את מודל NAG ומשוואת המצב של החומר.

5.4.1 תיאור הפרוצדורה למודל הכשל

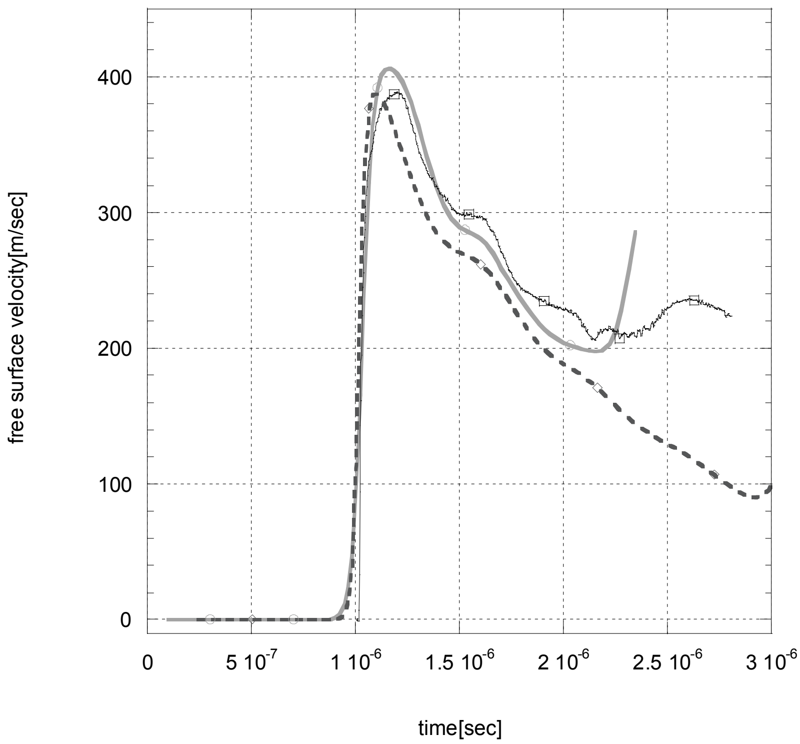
הפרוצדורה שבה נעשה שימוש, פרוצדורת UMAT, נכתבה בקוד Fortran 90 ושולבה בתוכנת האלמנט סופי. מבנה פרוצדורה זו מחולק לשני חלקים. החלק הראשון מכיל את חישוב הלחצים המתפתחים בחומר בכל איטרציה תוך שימוש במודל משוואת המצב הוויסקואלסטי שנדון בפרק הקודם. החלק השני בודק בכל איטרציה האם התפתח בחומר לחץ הנמוך מלחץ הסף לתחילת נוקליאציה. במידה ואכן התפתח לחץ כזה, מופעל מנגנון הכשל NAG עד להתרחשות הפצלה בחומר. קוד הפרוצדורה בצירוף הסברים מלאים מובא בנספח 2 .

5.4.2 הרצות לצורך התאמת פרמטרים עבור האפוקסי

כמו בפרק הקודם, בתחילה בוצעה הדמיה תוך שימוש בפרוצדורת הכשל של ניסוי מספר 2, בו הדגם עשויי אפוקסי הומוגני. כפי שהוסבר בסעיף 3.3, מנגנון הכשל (NAG) מוגדר באמצעות תשעה קבועים :

P_{n0} , P_{g0} , N_0 , $(\dot{N})_0$, R_1 , R_n , Y_0 , P_{n1} ו-μ (ערכו של הקבוע μ כבר נקבע בפרק הקודם). גם כאן, קבועי חומר אלו נקבעו על סמך סידרה של הדמיות בהן נבחן טווח של הקבועים עד לקבלת התאמה טובה עם תוצאת ניסויי מספר 2. הערכים שנמצאו מתאימים עבור קבועים אלו הם מובאים בטבלה 5.4.3.

תוצאת ההדמיה מובאת באיור 5.13. ניתן לראות כי ההדמיה עם פרוצדורת הכשל מביאה להתאמה טובה יותר עם תוצאות הניסוי ביחס להדמיה עם משוואת המצב בלבד. התוצאות מתארות בצורה מספקת את תהליך הפצלה בו נראית ההתמתנות בקצב הירידה במהירות השפה החופשית ועליה חדה בחלק האחרון של ההדמיה. עם זאת אין ההתאמה מושלמת. יצוין כי מטרת ההדמיה זו הינה כיול הפרוצדורה להדמיות של החומר מרוכב על מנת לקבל סדרי גודל של הפרמטרים המאפיינים את התנהגות החומר.



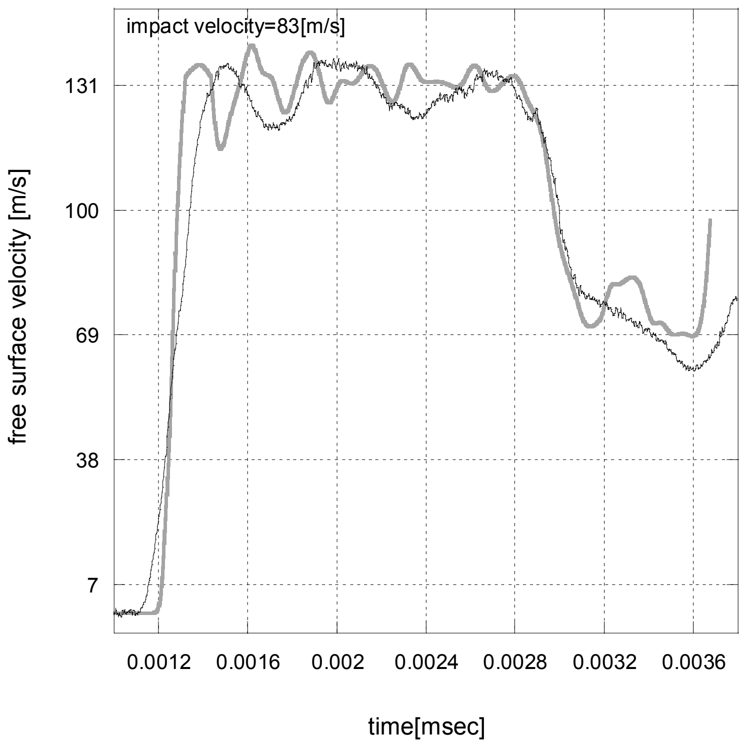
איור 5.13 – תוצאות ההדמיה עם פרוצדורת הכשל עבור ניסויי מספר 2
הקו השחור והאפור מתייחסים לתוצאות הניסוי וההדמיה, בהתאמה,
הקו המקווקו מתייחס לתוצאת ההדמיה ללא מודל הכשל (איור 5.10)

5.4.3 – הדמיות בעזרת פרוצדורת הכשל לחומר המרוכב

בתת-פרק זה נביא את תוצאות ההדמיות עבור שלושת הניסויים בהם הדגם עשוי מהחומר המרוכב. בניסויים אלו נצפה כשל ברור בדגמים על פי Zaretsky et al. (2003). כמו בתת הסעיף הקודם, הדמיות אלו בוצעו בעזרת שימוש בפרוצדורת הכשל וחלק מהפרמטרים שנקבעו בהרצות קודמות. בכדי להגיע להתאמה טובה של הדמיות החומר המרוכב נעשה שימוש בערכים שונים מערכי הפרמטרים הקובעים את החוזק לפצלה של האפוקסי ההומוגני (מפורט בטבלה 5.4.3). ככלל נמצא כי חוזק החומר המרוכב לפצלה נמוך עד כדי שליש מהחוזק לפצלה של האפוקסי ההומוגני.

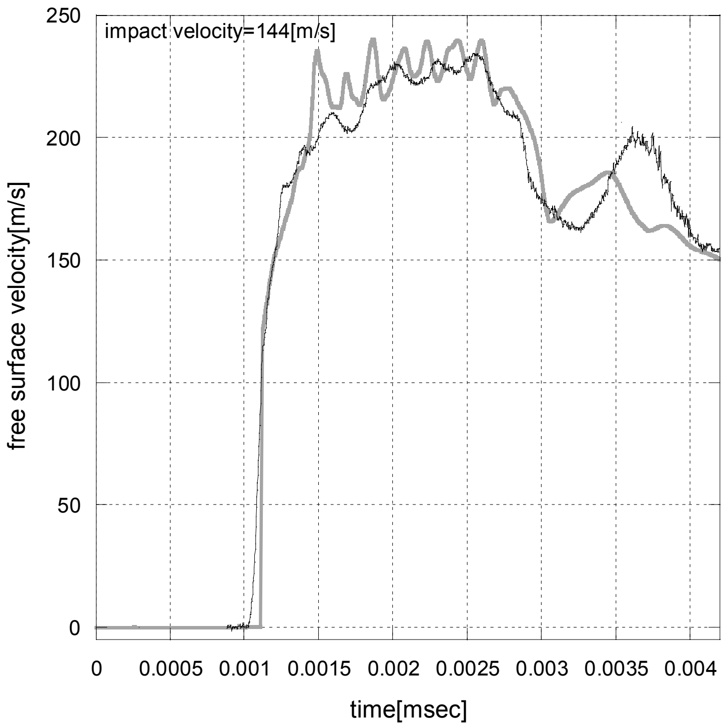
תוצאות ההדמיות מובאים באיורים 5.14 – 5.16. ניתן לראות כי קיימת התאמה טובה של ההדמיות לתוצאות הניסויים. ההתנהגות הכללית של ניסוי מספר 6 (עליה חדה של פרופיל מהירות השפה החופשית עם אוסצילציות בפסגה) דומה יותר להתנהגות חומר מרוכב בעל פילוג עדין (לא חד) של המחזקים ולכן סטיית תקן בשימוש הינה גבוהה יחסית לניסויים 7 ו-8 בהם ניכרת העלייה הדו-שלבית והאוסצילציות הגבוהות האופיינית לחומרים בעלי פילוג גס. כמו כן נראה כי קצבי התרחשות השבר

בחומר המרוכב הם גבוהים יותר מאשר באפוקסי ההומוגני. כאמור, גם החוזק לפצלה של החומר המרוכב נמוך מזה שחושב עבור האפוקסי. הסיבה לכך נעוצה באי ההומוגניות של החומר המרוכב ביחס לאפוקסי, מה שגורר קיום אתרים פוטנציאליים רבים לכשל בחומר המרוכב ביחס לאפוקסי ההומוגני. נשים לב כי הסטייה המרבית בערכי הפרמטרים עבור הדמיות החומר המרוכב בטבלה 5.4.3 (פרט לסטיית התקן) אינה עולה על 14%.



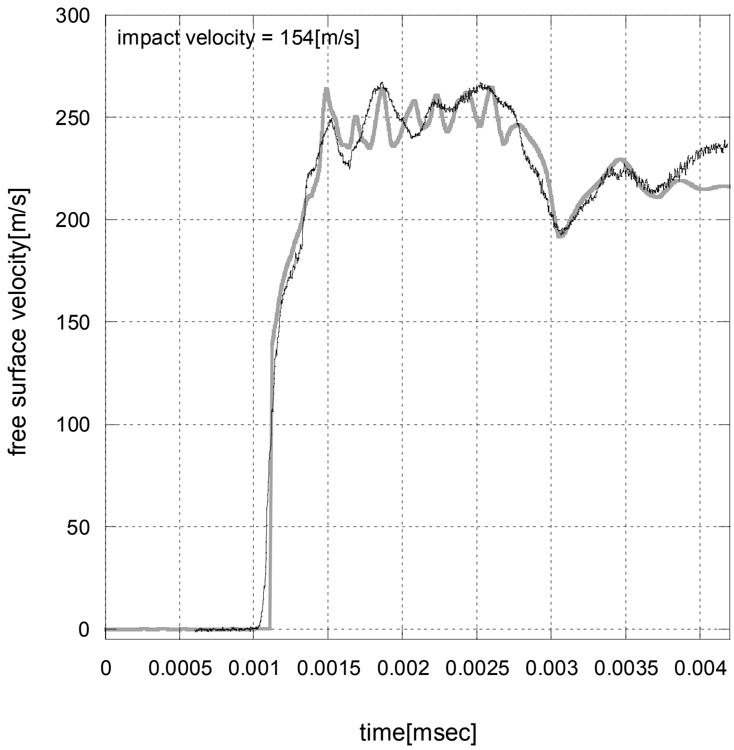
איור 5.14– תוצאות ההדמיה עם פרוצדורת הכשל עבור ניסוי מספר 6

הקו השחור והאפור מתייחסים לתוצאות הניסוי וההדמיה, בהתאמה



איור 5.15– תוצאות ההדמיה עם פרוצדורת הכשל עבור ניסוי מספר 7

הקו השחור והאפור מתייחסים לתוצאות הניסוי וההדמיה, בהתאמה



איור 5.16– תוצאות ההדמיה עם פרוצדורת הכשל עבור ניסוי מספר 8

הקו השחור והאפור מתייחסים לתוצאות הניסוי וההדמיה, בהתאמה

טבלה 5.4.3 – ערכי הפרמטרים שנבחרו להדמיות הניסויים

פרמטר/מספר ניסוי		1	2	3	4	5	6	7	8
תכונות הזכוכית	E[GPa]	-			72				
	ν	-			0.2				
תכונות האפוקסי	E[GPa]	4.09			4.09				
	ν	0.39			0.39				
$\mu[\mathrm{Pa \cdot s}]$		90			310	320	280	310	310
S		3			3.7	3.6	3.5	3.5	3.5
סטיית התקן S_d		-			0.20	0.23	0.28	0.16	0.16
$\mathrm{P_{n0}}$ [MPa]		-	220	-	-	-	157	153	153
$\mathrm{P_{n1}}$ [MPa]		-	110	-	-	-	80	80	80
$\mathrm{P_{g0}}$[MPa]		-	232	-	-	-	160	158	158
$\mathrm{N_0}$ 10^{14}[voids/m^3]		-	1.5	-	-	-	6.5	6.5	7.2
$\dot{\mathrm{N}}_0$ 10^{17}[voids/(m^{3}sec)]		-	0.8	-	-	-	2.5	2.5	3.2
$R_1[\mu m]$		-	1.6	-	-	-	1.6	1.6	1.6
$R_n[\mu m]$		-	1	-	-	-	1	1	1
$\mathrm{Y_0}$ [MPa]		-	120	-	-	-	90	90	90

6. סיכום ומסקנות

השפעת המיקרו מבנה על התגובה הדינאמית של חומרים מרוכבים שכבתיים בעלי פילוג לא אחיד של המחזקים נבחנה בעבודה זו. עבודה זו התבססה על פרופילי מהירות השפה החופשית שנמדדו בסדרת ניסויי אימפקט מישורי עם דגמים מאפוקסי הומוגני ומחומר מרוכב שכבתי מחוזק סיבי זכוכית מבוסס אפוקסי Zaretsky et al. (2003). פרופילי מהירות שפה חופשית אלו מהווים מדד להתנהגות הדינאמית של החומרים הנידונים. בפרופילי מהירות השפה החופשית עבור הדגמים המרוכבים נצפתה תופעה חריגה של אוסצילציות גבוהות על אף שגודל המרכיבים קטן ביחס לגודל הכללי של הדגם. מתוך ההנחה כי הגורם המרכזי לאנומליה זו הוא אופן הפילוג של המחזקים לאורך החומר, בוצעו הדמיות על חומרים מרוכבים בעלי תכונות אפקטיביות זהות אך בעלי פילוגים שונים של המחזקים.

בתחילה בוצעו הדמיות בשיטת הקווים האופייניים לדגמים בעלי פילוגים שונים של המחזקים לאורך החומר, תחת ההנחה כי המרכיבים הם אלסטיים לינאריים והתכונות האפקטיביות שלהם זהות לדגמים בניסויים. מתוך הדמיות אלו ניתן להסיק כי לאופן הפילוג של המרכיבים ישנה השפעה מכרעת על התגובה הדינאמית של חומרים מרוכבים אלו. בפרט נמצא כי על ידי הנחה של פילוג נורמאלי של המחזקים לאורך השכבות המרוכבות, עם סטיית תקן שונה, ניתן לקבל מגוון של תגובות דינאמיות.

על מנת לאפשר הדמיה טובה יותר של המדידות הניסוייות, נכתבה פרוצדורה להגדרת התגובה הדינאמית של האפוקסי. פרוצדורה זו שילבה שלושה מודלים מקובלים המגדירים את התנהגות החומר תחת עומסי לחץ גבוהים, השפעת האפקט הויסקוסי ומנגנון הכשל של האפוקסי. בכדי לתאר את התנהגות החומר תחת עומסי לחץ גבוהים והשפעת האפקט הויסקוסי של האפוקסי, נעשה שימוש במשוואת מצב משולבת עם מודל Newtonian Viscosity, Zel'dovich et al. (1966) . בכדי לתאר את מנגנון הכשל של האפוקסי נעשה שימוש במודל NAG, Seaman et al. (1976). הדמיות FE הכוללות פרוצדורה זו בוצעו עבור סידרת הניסויים הנדונים. תוצאות הדמיות אלו הראו התאמה טובה לפרופילי מהירות השפה החופשית שנמדדו בניסויים. ההתאמה הושגה בעיקר על ידי קביעת סטיית התקן המתארת את פילוג המחזקים. מהדמיות אלו נמצא כי הפרמטרים המאפיינים את האפוקסי ההומוגני שונות במקצת מהמאפיינים של האפוקסי בחומר המרוכב. עוד נמצא כי החוזק לפצלה של החומר

המרוכב קטן בכשליש מהאפוקסי ההומוגני וזאת עקב ריבוי אתרי נוקליאציה פוטנציאליים בחומר המרוכב.

מסקנה חשובה מהדמיות אלו היא כי אחד הגורמים החשובים הקובעים את התגובה הדינאמית של חומרים מרוכבים שכבתיים הינו אופן פילוג המחזקים לאורך החומר. נמצא כי הנחה של פילוגים נורמאליים עם סטיות תקן שונות מביאה למגוון של תגובות טראנזיאנטיות של החומר המרוכב. בנוסף לבחינת חשיבות אופן הפילוג של המחזקים בחומר המרוכב, חושבו קבועי החומר במודל כשל מקובל (NAG).

7. רשימת מקורות

[1] Barker, L. M. (1971). A model for stress wave propagation in composites materials, J. Copmpos. Mater. 5: 140-162.

[2] Barker L.M. and Hollenbach R.E. (1970). Laser interferometer for measuring high velocities of any reflecting surface. J. Appl. Phys. 43, 4669-4675.

[3] Barre S., Chotard T. and Benzeggagh M.L. (1996). Comparative study of strain rate effects on mechanical properties of glass fiber reinforced thermoset matrix composites. Composites 27A, 1169-1181.

[4] Bedford A. and Drumheller D. S. (1994). Introduction to Elastic Wave Propagation, Wiley and Sons Ltd, Chichester.

[5] Dandekar D. P., Boteler J. M. and Beaulieu P. A. (1998). Elastic constants and delamination strength of a glass-fiber-reinforced polymer composite. Composite Sci. & Tech. 58, 1397-1403.

[6] El-Habak A. M. A. (1991). Mechanical behavior of woven glass fiber-reinforced composites under impact compression load. Composites 22, 129-134.

[7] Holmes B. S. and Tsou F. K. (1972). Steady shock waves in composite materials. J. Appl. Phys 43, 957-961.

[8] Lifshitz J. M. (1976). Impact strength of angle ply fiber reinforced materials. J. Comp. Mater. 10, 92-101.

[9] Lundergan C. D. and Drumheller D. S. (1971). Propagation of stress waves in laminated plate composite. J. Appl. Phys. 42, 669-675.

[10] Munson B. E. and Schuler K. W. (1971). Steady wave analysis of wave propagation in laminates and Mechanical mixtures. J. Comp. Mater. 5, 286-304.

[11] Munson D. E. and May R. P. (1972). Dynamically determined high-pressure compressibilities of three epoxy resin systems. J. Appl. Phys. 43, 962-971.

[12] Munson D.E., Boade R. R. and Schuler K. W. (1978). Stress wave propagation in Al_2O_3-epoxy mixtures. J. Appl. Phys. 49, 4797-4807.

[13] Oved Y., Luttwak G. and Rosenberg Z. (1978). Shock wave propagation in layered Composites. J.Comp. Mater.12, 84-96.

[14] Postma G. W. (1955). Wave propagation in stratified medium. Geophysics 20, 780-806.

[15] Sabina F. J. and Willis J. R. (1988). A simple self-consistent analysis of wave propagation in particulate composites, Wave Motion 10, 127-142.

[16] Schuler K .W. (1970). Propagation of steady shock waves in polymethyl methacrylate. J. Mech. Phys. Solids 18, 277-293.

[17] Seaman L., Curran D. R. and Shockey D. A. (1976). Computational models for ductile and brittle fracture, J. App. Phys. 47:4814-4862.

[18] Syam B., Homma H. and Nakazato K. (2000). Fracture behaviors of GFRP plates subjected to impulsive loading. In Fracture and Strength of Solids, Key Engineering Materials. Trans Tech Publications, Zurich-Uetikon.

[19] Tay T.E., Ang H. G. and Shim V. P. W. (1995). An empirical strain rate-dependent constitutive relationship for glass-fiber reinforced epoxy and pure epoxy. Composite Struct. 33, 201-210.

[20] Timoshenko S. P. and Goodier J. N. (1970). Theory of Elasticity, McGraw-Hill, Inc., New York.

[21] Tokheim R. E., Erlich D. C. and Kobayshi T. (1989). Characterization of spall in Kevlar/epoxy composite. In Shock Compression of Condensed Matter (Ed. Schmidt, Johnson and Davison). 473-476.

[22] Tsou F. K. and Chou P. C. (1969). Analytical study o f Hugoniot in unidirectional fiber reinforced composites. J. Comp. Mater. 3, 500-514.

[23] Zaretsky E., Igra O., Zhuk A.Z .and Lash A. A. (1997). Deformation modes in fiberglass under weak impact. J. Reinforced Plastics & Composites 16, 321-331.

[24] Zaretsky E., deBotton G. and Perl M. (2003). The response of glass-fiber reinforced epoxy composite to an impact loading. To be published in the I. J. Solids & Struct.

[25] Zel'dovich Y. B. and Raizer Y. P. (1966). Physics of Shock Waves and High Temperature Hydrodynamic Phenomen, Academic Press, New-York.

[26] Zhuk A. Z., Kanel G. I. and Lash A. A. (1994). Glass-epoxy composite behavior under shock loading. J. Physique IV 4, C8 403-407.

נספחים

נספח א׳: תוכנת הקדם לבניית מודל FE

```
(**********************************
  opening text file ******************************)
nameoutfile = "D:/test.inp";
outfile = OpenWrite[nameoutfile];
(*************** input of model data*********)

ne = 1200 * 6;
nn = 3 + 3 * ne;
l = 3.12;
h = l / ne;
li = 3.12;
(*************************** writing
  the model discription to the text file  ************)
WriteString[outfile, "*Heading", "\n", "**Job name: prot2 Model name: Model-1",
  "\n", "**PARTS", "\n", "*Part, name=composite", "\n", "*End Part", "\n",
  "*Part, name=impactor", "\n", "*End Part", "\n", "**ASSEMBLY", "\n",
  "*Assembly, name=Assembly", "\n", "*Instance, name=impactor-1, part=impactor",
  "\n", -li, " ,0 ,0", "\n", "*Node", "\n"];

(*************************** calculationg
  mesh properties for the impactor ***********************)
nei = Round[li / h];
If[((li - nei * h) > 0), (tip = li - nei * h), ({tip = li - (nei - 1) * h, nei = nei - 1}),];
nni = 3 + 3 * (nei);
node = Array[, {nni, 3}];
dx = 0;
Do[({node[[i, 2]] = dx, node[[i + 1, 2]] = dx, node[[i + 2, 2]] = dx, dx = dx + h,
    node[[i, 3]] = 0, node[[i + 1, 3]] = h, node[[i + 2, 3]] = 2 h}), {i, 1, nni, 3}];
Do[node[[i, 1]] = i, {i, 1, nni}];
dx = dx - h + tip;
node[[nni - 2, 2]] = dx; node[[nni - 1, 2]] = dx; node[[nni, 2]] = dx;
nodei = nodei;
(* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *)
matout = node;
(* * * * * * writing mesh properties of the
  impactor  to text file * * * * * * * * * * * * * * * * * *)
MOI = Length[matout];
MOJ = Length[matout[[1]]];
Do[(Do[WriteString[outfile, "    ", matout[[I, J]], ", "], {J, 1, MOJ - 1}];
   WriteString[outfile, "    ", matout[[I, MOJ]], " \n"]), {I, 1, MOI}];
```

```
WriteString[outfile, "*Element, type=CPE4R", "\n"];
b = Array[, {2 * nei, 5}];
j = 1;
Do[({b[[i, 2]] = j, b[[i + 1, 2]] = j + 1, j = j + 3}), {i, 1, 2 nei, 2}]
Do[({b[[i, 1]] = i, b[[i, 3]] = b[[i, 2]] + 3,
    b[[i, 4]] = b[[i, 3]] + 1, b[[i, 5]] = b[[i, 4]] - 3}), {i, 1, 2 * nei}];
elem = b;
elemi = elem;
(* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *)
matout = elem;
(* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *)
MOI = Length[matout];
MOJ = Length[matout[[1]]];
Do[(Do[WriteString[outfile, "    ", matout[[I, J]], ", "], {J, 1, MOJ - 1}];
   WriteString[outfile, "    ", matout[[I, MOJ]], " \n"]), {I, 1, MOI}];



WriteString[outfile, "** Region: (al-sec:Picked)", "\n",
  "*Elset, elset=_I1, internal, generate", "\n", "  1,  ", 2 nei, ", 1", "\n",
  "** Section: al-sec", "\n", "*Solid Section, elset=_I1, material=aluminum",
  "\n", "1.,", "\n", "*End Instance", "\n", "**", "\n",
  "*Instance, name=composite-1, part=composite", "\n", "*Node", "\n"];


node = Array[, {nn, 3}];
dx = 0;
Do[({node[[i, 2]] = dx, node[[i + 1, 2]] = dx, node[[i + 2, 2]] = dx, dx = dx + h,
    node[[i, 3]] = 0, node[[i + 1, 3]] = h, node[[i + 2, 3]] = 2 h}), {i, 1, nn, 3}];
Do[node[[i, 1]] = i, {i, 1, nn}];
matout = node;
(* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *)
MOI = Length[matout];
MOJ = Length[matout[[1]]];
Do[(Do[WriteString[outfile, "    ", matout[[I, J]], ", "], {J, 1, MOJ - 1}];
   WriteString[outfile, "    ", matout[[I, MOJ]], " \n"]), {I, 1, MOI}];

WriteString[outfile, "*Element, type=CPE4R", "\n"];
b = Array[, {2 * ne, 5}];
j = 1;
Do[({b[[i, 2]] = j, b[[i + 1, 2]] = j + 1, j = j + 3}), {i, 1, 2 ne, 2}]
Do[({b[[i, 1]] = i, b[[i, 3]] = b[[i, 2]] + 3,
    b[[i, 4]] = b[[i, 3]] + 1, b[[i, 5]] = b[[i, 4]] - 3}), {i, 1, 2 * ne}];
elem = b;
(* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *)
matout = elem;
(* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *)
MOI = Length[matout];
MOJ = Length[matout[[1]]];
Do[(Do[WriteString[outfile, "    ", matout[[I, J]], ", "], {J, 1, MOJ - 1}];
   WriteString[outfile, "    ", matout[[I, MOJ]], " \n"]), {I, 1, MOI}];
```

```
(* Distribution of gl phase within each cell -
  The function is defined in the interval (0,1) -must be positive definite *)
(******************** calculationg mesh properties
  for the composite *************************)
sdt = 0.25;
xmean = 0.5;
dis[x_] := 0.2 + 1 / ((2 Pi) ^ .5 * sdt) Exp[- (x - xmean) ^2 / (2 * sdt^2)];
(* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *)
ydmax = -FindMinimum[
     If[(x ≤ 1) && (x ≥ 0), Min[0, -dis[x]], 1], {x, 0, 1}, MaxIterations → 500][[1]];
disn[x_] := dis[x] / ydmax;
Plot[{1, disn[x]}, {x, 0, 1}, PlotRange → {{0, 1.}, {0, 1.05}}];
(* Total volume of phase al within each layer *)
Vt = NIntegrate[N[disn[x]], {x, 0, 1}];
dis[x]
ydmax
Print["Max possible volume fraction of al phase in a cell is: ", Vt];
(* Total composite Length *)
TLng = 3 / 12.;
(* Number of cells *)
Nly = 1;
(* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *)
cal = 0.45;
cep = 1 - cal;
(* Length of each layer *)
L1l = TLng / Nly;
ndis[x_] := cal disn[x / L1l - Floor[x / L1l]] / Vt;
Plot[{1, ndis[x]}, {x, 0, TLng}, PlotRange → {{0, TLng}, {0, 1.05}}]
NIntegrate[N[ndis[x]], {x, 0, TLng}] / TLng
(* The number of sub-cells in each cell - each sub-cell contains two layers *)
Nsly = 21;
(* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *)
(* Total number of actual layers in the model *)
Ntsl = 2 Nsly Nly;
(* The length of each sub-cell *)
Lsly = 2 TLng / Ntsl;
(* Array of lengths of each layer in the model *)
LngAry = Array[, {Ntsl}];
Do[(LngAry[[2 i]] = NIntegrate[ndis[x], {x, (i - 1) Lsly, i Lsly}];
   LngAry[[2 i - 1]] = Lsly - LngAry[[2 i]]), {i, 1, Ntsl / 2}];
(*Sum[LngAry[[i]],{i,1,2 Ntsl,2}]*)
VisAry = Table[{Sum[LngAry[[ii]], {ii, 2 Floor[i / 2]}],
    LngAry[[2 Floor[(i + 1) / 2]]]}, {i, 1, Ntsl}];
ListPlot[VisAry, PlotJoined → True, PlotRange → {{0, TLng}, {0, 1.05 Lsly}}]
Print["The total number of layers is: ",
  Ntsl, ", the length of each cell is: ", N[Lsly]];
GalF[x_] := ScientificForm[x, 5,
          NumberFormat -> (If[#3 =!= "", SequenceForm[#1, "E", #3],
                      SequenceForm[#1]] &)];

(*Print["The lengthes of the layers are:"];
 Print["# , Epoxy    , Aluminum"];
 Do[(Print[2 i-1,", ",GalF[LngAry[[2 i-1]]],", ",GalF[LngAry[[2 i]]]]),
  {i,1,Ntsl/2}]*)
```

```
length = Sum[LngAry[[i]], {i, 1, Ntsl, 1}];
Sum[LngAry[[i]], {i, 1, Ntsl, 2}] / length;
Sum[LngAry[[i]], {i, 2, Ntsl, 2}] / length;
len = LngAry;
nec = ne / 12;
disM = Round[len / h];
sect = Sum[disM[[i]], {i, 1, Ntsl, 1}];
frac = 2 * Round[(disM / sect) nec];
Sum[frac[[i]], {i, 1, Ntsl, 1}];
b = Array[, {Length[frac], 2}];
c = 0;
Do[({b[[i, 1]] = c + 1, c = c + frac[[i]], b[[i, 2]] = c}), {i, 1, Length[frac]}];
b[[Length[frac], 2]] = 2 * nec;
b;
cc = {b[[]], b[[]] + 2 * nec, b[[]] + 4 * nec, b[[]] + 6 * nec,
  b[[]] + 8 * nec, b[[]] + 10 * nec, b[[]] + 12 * nec, b[[]] + 14 * nec,
  b[[]] + 16 * nec, b[[]] + 18 * nec, b[[]] + 20 * nec, b[[]] + 22 * nec}


(* * * * * * * * * * * writing mesh properties
  of the composite to the text file * * * * * * * * * * * * *)
xx = 1;
Do[(Do[
    ({WriteString[outfile, "*Elset,elset=_I", xx, ", internal, generate", "\n", "  ",
       cc[[j, i, 1]], ",  ", cc[[j, i, 2]], ",  1", "\n", "*Solid Section,elset=_I",
       xx, ",material=epoxy", "\n", " 1.,", "\n", "*Elset,elset=_I",
       xx + 1, ", internal, generate", "\n", "  ", cc[[j, i + 1, 1]], ",  ",
       cc[[j, i + 1, 2]], ",  1", "\n", "*Solid Section,elset=_I",
       xx + 1, ",material=glass", "\n", " 1.,", "\n"], xx = xx + 2}),
    {i, 1, Length[Transpose[cc]], 2}]), {j, 1, 12}];


WriteString[outfile, "*End Instance", "\n"];
```

```
(****************************** adding BC,
 IC and model data to the text file *************************)
WriteString[outfile, "*Nset,nset=free_surfce,instance=composite-1",
  "\n", "     ", nn - 2, "   ,", nn - 1, "    ,", nn, "\n",
  "*Elset,elset=free_surfce,instance=composite-1", "\n", "     ", 2 ne - 1,
  "    ,", 2 ne, "\n", "*Nset,nset=_G9,internal,instance=impactor-1,generate",
  "\n", "     1,   ", nni, "   ,1", "\n",
  "*Elset,elset=_G9,internal,instance=impactor-1,generate", "\n", "     1   ,",
  2 * nei, "   ,1", "\n", "*Nset,nset=_G10,internal,instance=impactor-1,generate",
  "\n", "     1   ,", nni, "   ,1", "\n",
  "*Nset,nset=_G10,internal,instance=composite-1,generate", "\n", "     1   ,",
  nn, "   ,1", "\n", "*Elset,elset=_G10,internal,instance=impactor-1,generate",
  "\n", "     1   ,", 2 nei, "   ,1", "\n",
  "*Elset,elset=_G10,internal,instance=composite-1,generate", "\n", "     1   ,",
  2 ne, "   ,1", "\n", "*Elset,elset=__G7_S2,internal,instance=impactor-1", "\n",
  "    ", 2 nei - 1, ",    ", 2 nei, "\n", "*Surface,type=ELEMENT,name=_G7,internal",
  "\n", "__G7_S2,S2", "\n", "*Elset,elset=__G8_S4,internal,instance=composite-1",
  "\n", "      1 ,2", "\n", "*Surface,type=ELEMENT,name=_G8,internal",
  "\n", "__G8_S4,S4", "\n", "*End Assembly", "\n", "**", "\n",
  "**MATERIALS", "\n", "**", "\n", "*Material,name=aluminum", "\n",
  "*Density", "\n", "2.7e-06,", "\n", "*Elastic", "\n", "70.,0.3345", "\n",
  "*Material,name=epoxy", "\n", "*Density", "\n", "1.123e-06,", "\n",
  "*Elastic", "\n", "4.08757,0.3903", "\n", "*Material,name=glass", "\n",
  "*Density", "\n", "2e-06,", "\n", "*Elastic", "\n", "72.,0.2", "\n", "**",
  "\n", "**FIELDS", "\n", "**", "\n", "**Name:v_impact Type:Velocity", "\n",
  "*Initial Conditions,type=VELOCITY", "\n", "_G9,1,154.", "\n", "_G9,2,0.", "\n",
  "**------------------------------------------------------------------", "\n",
  "**", "\n", "**STEP:impactstep", "\n", "**", "\n", "*Step,name=impactstep",
  "\n", "*Dynamic,Explicit", "\n", ",0.004", "\n", "*Bulk Viscosity",
  "\n", "0.06,1.2", "\n", "**", "\n", "**BOUNDARY CONDITIONS", "\n", "**",
  "\n", "**Name:BC-1 Type:Displacement/Rotation", "\n", "*Boundary",
  "\n", "_G10,2,2", "\n", "**", "\n", "**INTERACTION PROPERTIES",
  "\n", "**", "\n", "*Surface Interaction,name=IntProp-1", "\n",
  "*Surface Behavior,pressure-overclosure=HARD", "\n", "**", "\n",
  "**INTERACTIONS", "\n", "**", "\n", "**Interaction:Int-1", "\n",
  "*Contact Pair,interaction=IntProp-1,mechanical constraint=KINEMATIC",
  "\n", "_G8,_G7", "\n", "**", "\n", "**OUTPUT REQUESTS", "\n", "**", "\n",
  "*Restart,write,number interval=1,time marks=NO", "\n", "**", "\n",
  "**FIELD OUTPUT:F-Output-1", "\n", "**", "\n", "*Output,field,variable=PRESELECT",
  "\n", "**", "\n", "**HISTORY OUTPUT:H-Output-1", "\n",
  "**", "\n", "*Output,history,time interval=2e-08", "\n",
  "*Node Output,nset=free_surfce", "\n", "V1,", "\n", "*End Step", "\n"];

(******************** closing text file ******************************)
Close[outfile]
```

נספח ב' – פרוצדורת הכשל

```
      subroutine vumat(
C Read only (unmodifiable)variables -
     1  nblock, ndir, nshr, nstatev, nfieldv, nprops, lanneal,
     2  stepTime, totalTime, dt, cmname, coordMp, charLength,
     3  props, density, strainInc, relSpinInc,
     4  tempOld, stretchOld, defgradOld, fieldOld,
     5  stressOld, stateOld, enerInternOld, enerInelasOld,
     6  tempNew, stretchNew, defgradNew, fieldNew,
C Write only (modifiable) variables -
     5  stressNew, stateNew, enerInternNew, enerInelasNew )
C
      include 'vaba_param.inc'
C
      dimension props(nprops), density(nblock),
     2  strainInc(nblock,ndir+nshr),
     5  stressOld(nblock,ndir+nshr),
     6  stateOld(nblock,nstatev),
     7  stressNew(nblock,ndir+nshr), stateNew(nblock,6)

      character*80 cmname
C
      parameter( zero = 0., one = 1., two = 2., three = 3.,
     1  third = one/three, half = .5, twoThirds = two/three,
     2  threeHalfs = 1.5)
C     -------------------------------------------------------:קליטת פרמטרים
      e    = props(1)
      xnu  = props(2)
      s    = props(3)
      etha = props(4)
      r1   = props(5)
      n0   = props(6)
      rn   = props(7)
      pn0  = props(8)
      pn1  = props(9)
      ndot0= props(10)
      y0   = props(11)
      row  = density(1)
C     -------------------------------------------------------: חישוב פרמטרים
      twomu  = e / ( one + xnu )
      pi=Pi
      thremu = threeHalfs * twomu
      sixmu  = three * twomu
      alamda = twomu * ( e - twomu ) / ( sixmu - two * e )
      vv     = 8*pi*n0*r1**3
C     -----------------------------------: Abaqus קיום תנאי פנימי ראשון בתוכנה
C     -------------: כל המאמצים באיטרציה הראשונה מחושבים בעזרת מודל אלסטי לינארי
      if ( stepTime .eq. zero ) then
C
      do 200 i = 1,nblock
C
C     --------------------------------------: עדכון המאמצים לפי חוק חוק לינארי
        stateNew(i,5)  = 1
        trace  = strainInc(i,1) + strainInc(i,2) + strainInc(i,3)
        stressNew(i,1) = stressOld(i,1) + alamda*trace
      1                  + twomu*strainInc(i,1)
        stressNew(i,2) = stressOld(i,2) + alamda*trace
      1                  + twomu*strainInc(i,2)
        stressNew(i,3) = stressOld(i,3) + alamda*trace
      1                  + twomu*strainInc(i,3)
        stressNew(i,4) = stressOld(i,4)
```

```
     1                    + twomu*strainInc(i,4)
C     ------------------------------------: עדכון משתני משתמש על פי המודל כשל
        stateNew(i,1)  =  vv
C
        stateNew(i,2)  = pn1
C
        stateNew(i,4)  = e/(2*(1+xnu))
C
        stateNew(i,6)  = strainInc(i,1)
C
C
C
200   continue
C
      else
C
       do 100 i = 1,nblock
C     Trial stress
        stateNew(i,6)=stateOld(i,6) + strainInc(i,1)
        trace  = stateNew(i,6)
C
C      -------------------------------------------------: מודל משוואת המצב כאשר
C      ----------------------------p - hydrostatic stress s - deviatoric stress
        g          =   stateOld(i,4)
        c0         =    sqrt(2.0*g*(1+xnu)/(3.0*(1.0-2.0*xnu)*row))
        p          =   -row*c0**2.0*trace/(1.0+s*trace)**2.0
        s11        =    4.0/3.0*etha*strainInc(i,1)/dt
        s22        =   -2.0/3.0*etha*strainInc(i,1)/dt
        s33        =   -2.0/3.0*etha*strainInc(i,1)/dt
C     -------------------------------------------------- Nag  תחילת לולאת מודל
        ps            =  -p
        f             =  15*(1-xnu)/(7-5*xnu)
C     -----------------------------------------: התנאי המרכזי להפעלת מודל הכשל
      if (ps > pn0) then
        vv            = 8*pi*n0*r1**3
        pg0           = -2/3 * y0 * Log(vv)
        ndot          =  ndot0*exp(-(ps-pn0)/pn1)
        dvn           =  8 * pi * ndot * (rn)**3 * dt
        stateNew(i,1)=  stateOld(i,1) * exp(-3 * (ps-pg0)/(4*etha))
      1   +dvn
C      ----------------------------------------------------:הפחתה במאמץ הכניעה
        stateNew(i,2)= y0 * (1 - 4 * stateNew(i,1) * row)
C      -------------------------------------------:הפחתה במודול הגזירה של החומר
        gnew          = stateOld(i,4) * (1 - stateNew(i,1) * row * f) * 2
        stateNew(i,4)= gnew
      else
        stateNew(i,1)=stateOld(i,1)
        stateNew(i,2)=stateOld(i,2)
        stateNew(i,4)=stateOld(i,4)
      end if
C
C
C

C-------------------------------------------------------------: עדכון המאמצים
        sig1 =  s11 - p
C
        sig2 =  s22 - p
C
        sig3 =  s33 - p
```

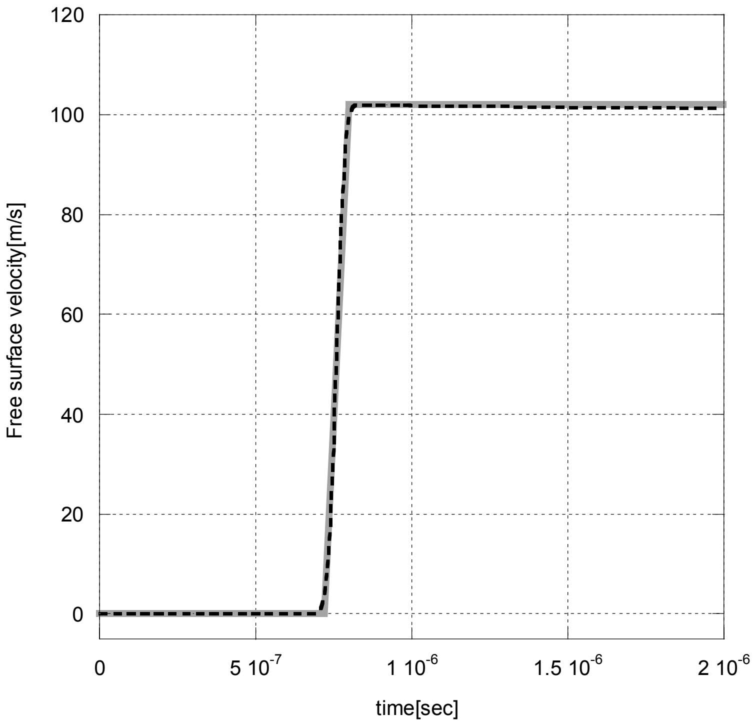
```
C
        sig4 = stressOld(1,4) + 2.0*etha*strainInc(i,4)/dt
C ----------------------------------------------------: בדיקת קיום כשל במודל
C --------------------------: עמודה 5 במשתנה המצב stateNew(i,5) הוא משתנה דגל
C ---------------------------------------------:  כאשר מתקבל הערך אפס במשתנה זה
C --------------------------:(נקודה i) והתוכנה מוחקת את הנקודה המתאימה מהמודל
      if( stateNew(i,2) < -p ) then
        stateNew(i,5)=0
      end if

C
      if( stateNew(i,1) > 0.5 ) then
        stateNew(i,5)=0
      end if
C------------------------------------------------------------:עדכון המאמצים
        stressNew(i,1) = sig1
        stressNew(i,2) = sig2
        stressNew(i,3) = sig3
        stressNew(i,4) = sig3
C

100   continue
C
      end if
      return
      end
```

<u>נספח ג' – קוד התוכנה להדמיית אימפקט בשיטת הקווים האופייניים</u>

בחלקו הראשון של נספח זה מופיע פתרון דוגמא פשוטה בעזרת הקוד הנידון, בחלקו השני של נספח זה מופיע הקוד המלא של התוכנה. קוד התוכנה נכתב על ידי דר' גל דבוטון.

<u>הדמיית אימפקט בין אלומיניום לבין אפוקסי</u>

בהדמיה זו אימפקטור אינסופי העשוי אלומיניום נע במהירות התחלתית של 60 מטר לשנייה לעבר מטרה העשויה אפוקסי הומוגני באורך של 2 מ"מ. תכונות החומרים המדויקות מצוינות בטבלה 5.1.2. באיור ג-1 מובאות תוצאות ההדמיה בהשוואה לתוצאות אותה ההדמיה בשיטת FE, עבור מהירות השפה החופשית של המטרה כתלות בזמן. ניתן לראות מהתוצאות כי תוצאות ההדמיה בעזרת התוכנה תואמות לתוצאות הדמיית ה-FE בקירוב טוב (תוצאות אלו מתיישבות גם עם הפתרון האנליטי של הבעיה).



איור ג-1 – השוואה בין תוצאות ההדמיה לתוצאות ההדמיה בשיטת FE.

הקו המקווקו והקו האפור מתייחסים לתוצאות ההדמיה

בעזרת התוכנה ובעזרת שיטת FE, בהתאמה.

■ Physical definitions

```
(* Distribution of al phase within each cell -
  The function is defined in the interval (0,1) -must be positive definite *)
dis[x_] := 1
(* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *)
ydmax = -FindMinimum[
     If[(x ≤ 1) && (x ≥ 0), Min[0, -dis[x]], 1], {x, 0, 1}, MaxIterations → 500][[1]];
disn[x_] := dis[x] / ydmax
Plot[{1, disn[x]}, {x, 0, 1}, PlotRange → {{0, 1.}, {0, 1.05}}];
(* Total volume of phase al within each layer *)
Vt = NIntegrate[N[disn[x]], {x, 0, 1}];
dis[x]
ydmax
Print["Max possible volume fraction of al phase in a cell is: ", Vt];

Eal = 80;
Eep = 8;
ral = 2.0;
rep = 1.123;
cal = 0.45;
(* Total composite Length *)
TLng = 3;
(* Number of cells *)
Nly = 1;
(* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *)
cep = 1 - cal;
(*Effective properties*)
Eef = 1 / (cal / Eal + cep / Eep);
(* Length of each layer *)
L1l = TLng / Nly;
ndis[x_] := cal disn[x / L1l - Floor[x / L1l]] / Vt;
Val = (Eal / ral) ^ (1 / 2);
Vep = (Eep / rep) ^ (1 / 2);
Aal = (Eal ral) ^ (1 / 2);
Aep = (Eep rep) ^ (1 / 2);
vef = cal Val + cep Vep;
ref = cal ral + cep rep;
vfe1 = .795;
vfg1 = 1 - vfe1;
vfe2 = .3917;
vfg2 = 1 - vfe2;
alpha = ((vfe1 * Eep + vfg1 * Eal) / (vfe2 * Eep + vfg2 * Eal)) ^ -1;
Print["Val = ", Val, ", Impal = ", Aal, ", Eal = ", Eal, ", rhoal = ", ral];
Print["Vep = ", Vep, ", Impep = ", Aep, ", Eep = ", Eep, ", rhoep = ", rep];
Print["Eef = ", Eef, ", Vef = ", vef, ", Rhoef = ", ref ", alpah=", alpha];
Plot[{1, ndis[x]}, {x, 0, TLng}, PlotRange → {{0, TLng}, {0, 1.05}}]
NIntegrate[N[ndis[x]], {x, 0, TLng}] / TLng
```

```
(* The number of sub-cells in each cell - each sub-cell contains two layers *)
Nsly = 1;
(* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *)
(* Total number of actual layers in the model *)
Ntsl = 2 Nsly Nly;
(* The length of each sub-cell *)
Lsly = 2 TLng / Ntsl;
(* Array of lengths of each layer in the model *)
LngAry = Array[, {Ntsl}];
Do[(LngAry[[2 i]] = NIntegrate[ndis[x], {x, (i - 1) Lsly, i Lsly}];
   LngAry[[2 i - 1]] = Lsly - LngAry[[2 i]]), {i, 1, Ntsl / 2}];
(*Sum[LngAry[[i]],{i,1,2 Ntsl,2}]*)
VisAry = Table[{Sum[LngAry[[ii]], {ii, 2 Floor[i / 2]}],
    LngAry[[2 Floor[(i + 1) / 2]]]}, {i, 1, Ntsl}];
ListPlot[VisAry, PlotJoined → True, PlotRange → {{0, TLng}, {0, 1.05 Lsly}}]
Print["The total number of layers is: ",
  Ntsl, ", the length of each cell is: ", N[Lsly]];
GalF[x_] := ScientificForm[x, 5,
           NumberFormat -> (If[#3 =!= "", SequenceForm[#1, "E", #3],
                        SequenceForm[#1]] &)];
(*Print["The lengthes of the layers are:"];
 Print["# , Epoxy    , Aluminum"];
 Do[(Print[2 i-1,", ",GalF[LngAry[[2 i-1]]],", ",GalF[LngAry[[2 i]]]]),
  {i,1,Ntsl/2}]*)

BuildComp = LngAry;
(* The time required for the wave in each layer *)
tvec = Array[ , {Ntsl}];
Do[(tvec[[2 ii - 1]] = BuildComp[[2 ii - 1]] / Vep;
  tvec[[2 ii]] = BuildComp[[2 ii]] / Val), {ii, 1, Ntsl / 2}]
(*Round tvec*)
Rounding = 1000;
tvec = Round[Rounding * tvec] / Rounding;
Print["Total Length = ", TLng, ", #cells = ",
  Nly, ", #sub-cells = ", Nsly, ", Rounding = ", Rounding];

Total Length = 3, #cells = 1, #sub-cells = 1, Rounding = 1000
```

```
TotalPassTime = Sum[tvec[[ii]], {ii, Ntsl}];
tsm = Min[tvec];
(* number of nodes in the smallest layer *)
Fs = 2;
(* Scaling - sets the accuracy of the "integered" layers *)
Scl = 5;
(* The integered array with number of nodes in each layer *)
If[tsm < 1 / (5 Rounding),
  Print["A zero length layer was encountred . . . . . . . ."],
 (ntics = Array[ , {Ntsl}];
 Do[ntics[[ii]] = Round[(tvec[[ii]] Fs Scl / tsm)], {ii, 1, Ntsl}];
 Print[ntics];
 (* Optimization of the integered array *)
 Ndivs = Divisors[Scl Fs];
 JJ = Length[Ndivs] + 1;
 IQ = False;
 While[Not[IQ], (JJ = JJ - 1;
      IQ = True;
      Do[(
        If[IntegerQ[ntics[[II]] / Ndivs[[JJ]]] && IQ, IQ = True , IQ = False]),
       {II, 1, Ntsl}]);
      Print[Ndivs[[JJ]]]];
 ntics = ntics / Ndivs[[JJ]]; Print[ntics])];

(* The time between two nodes *)
ticssm = Min[ntics];
Tic = tsm / ticssm;
(* Number of total interface - including faces, s and time steps *)
NI = Sum[ntics[[ii]], {ii, 1, Ntsl}] + 1;
(* Modified total pass time *)
MTPT = (NI - 1) Tic;
(*Modified Length *)
MTLng = 0;
Do[(MTLng = MTLng + ntics[[2 ii - 1]] Vep;
   MTLng = MTLng + ntics[[2 ii]] Val), {ii, 1, Ntsl / 2}];
MTLng = MTLng Tic;
(* Ratio between modified and original length *)
Print["MTLng/TLng = ", MTLng / TLng]
(* Total normalized time, CellPassTime and normalized CellPassTime *)
NT = Round[3 NI];
Print["Total time points is: ", NT];
Print["Total mesh points is: ", NT * NI];
(*CellPassTime=MTPT/Nlayers;
NCellPassTime=CellPassTime/Tic;
DTTot=NCellPassTime;*)
TicTac = Table[(i - 1) Tic, {i, 1, NT}];
```

```
MTLng/TLng = 0.998599

Total time points is: 120

Total mesh points is: 4800
```

■ Materials impendance

```
Aimp = 17.27;
Z = Table[Aal , {NI}, {2}];
S = Array[, {NI, 2}];
V = Array[, {NI, 2}];
Vend = Array[, {NT}];
Vstr = Array[, {NT}];
jj = 0;
Do[
    (Do[Z[[jj + ii, 2]] = Aep, {ii, 1, ntics[[2 kk - 1]]}];
        jj = jj + ntics[[2 kk - 1]];
        Do[Z[[jj + ii, 2]] = Aal, {ii, 1, ntics[[2 kk]]}];
    jj = jj + ntics[[2 kk]]), {kk, 1, Ntsl / 2}];
(*Do[Z[[jj+ii,2]]=Aal,{ii,1,ntics[[2 Nlayers-1]]}];*)
Clear[jj]
Z[[1, 1]] = 0;
Z[[NI, 2]] = 0;
Do[Z[[ii + 1, 1]] = Z[[ii, 2]], {ii, 1, NI - 1}];
```

■ Computation

```
(*Initial Conditions *)
V0 = 1.;
Do[(S[[ii, 1]] = 0.; V[[ii, 1]] = V0), {ii, 1, NI}];
(*Boundary Conditions*)
S[[1, 1]] = 0.;
S[[NI, 1]] = 0.;
V[[1, 1]] = 0.;
If[Aimp == 0, S[[1, 1]] = Z[[1, 2]] V0,
  (S[[1, 1]] = V0 (Aimp Z[[1, 2]]) / (Aimp + Z[[1, 2]]);
   V[[1, 1]] = Z[[1, 2]] V0 / (Aimp + Z[[1, 2]]))];
Vend[[1]] = V[[NI, 1]];
Vstr[[1]] = V[[1, 1]];
```

```
Print["Total time points is: ", NT];
Time1 = Date[];
Contact = True;
VI1 = 0;
SI1 = 0;
Vtrp = Array[ , {2, NI}];
Do[(If[Aimp == 0,
            SI1 = Z[[1, 2]] V[[2, 1]] + S[[2, 1]],
            (SI1 = (Aimp Z[[1, 2]] V[[2, 1]] + Aimp S[[2, 1]]) / (Aimp + Z[[1, 2]]);
                VI1 = (Z[[1, 2]] V[[2, 1]] + S[[2, 1]]) / (Aimp + Z[[1, 2]]))];
        If[(SI1 > 0) && Contact, (S[[1, 2]] = SI1; V[[1, 2]] = VI1),
    (V[[1, 2]] = V[[2, 1]] + S[[2, 1]] / Z[[1, 2]]; S[[1, 2]] = 0; Contact = False)];
  V[[NI, 2]] = V[[NI - 1, 1]] - S[[NI - 1, 1]] / Z[[NI, 1]];
   S[[NI, 2]] = 0;
  Do[(V[[II, 2]] = (Z[[II, 2]] V[[II + 1, 1]] + Z[[II, 1]] V[[II - 1, 1]] +
         S[[II + 1, 1]] - S[[II - 1, 1]]) / (Z[[II, 1]] + Z[[II, 2]]);
    S[[II, 2]] = (Z[[II, 1]] Z[[II, 2]] (V[[II + 1, 1]] - V[[II - 1, 1]]) +
         Z[[II, 2]] S[[II - 1, 1]] + Z[[II, 1]] S[[II + 1, 1]]) /
       (Z[[II, 1]] + Z[[II, 2]]);), {II, 2, NI - 1}];
   Vend[[jj]] = V[[NI, 2]];
   Vstr[[jj]] = V[[1, 2]];
   (*Print[V];
    Print[S];*)
   Vtrp[[1]] = Transpose[V][[2]];
   V = Transpose[Vtrp];
   Vtrp[[1]] = Transpose[S][[2]];
   S = Transpose[Vtrp];
 If[Mod[jj, 20] == 0, Print[jj], ]),
                {jj, 2, NT}];
Time2 = Date[];
dTime = (Time2[[4]] - Time1[[4]]) * 3600 +
   (Time2[[5]] - Time1[[5]]) * 60 + (Time2[[6]] - Time1[[6]]);
Print["Time elapsed is: ", dTime, " sec (", N[dTime / 60], " min)"];

ymax = Max[- (Vend - V0)];
ymin = Min[- (Vend - V0)];
Print["Number of Cells = ", Nly, "; Number of model's layers = ", Ntsl];
(*VolAl = ",N[VolAl/(VolAl+VolEp)],"; VolEp = ",N[VolEp/(VolAl+VolEp)]];
      Print[" EAl = ",YngAl,"; EEp = ",YngEp,"; Eeff = ",YngEff];
      Print[" rAl = ",RhoAl,"; rEp = ",RhoEp,"; reff = ",RhoEff];*)
Print["RelLength = ", ntics];
Print["Free surface max velocity= ", ymax, ", min velocity = ", ymin];
ListPlot[Transpose[{TicTac, - (Vend - V0)}], PlotJoined -> True,
  PlotRange -> {{0, (NT - 1) Tic}, {0, 1.1 ymax}}, GridLines → Automatic, Frame → True];
ymax = Max[- (Vstr - V0)];
ymin = Min[- (Vstr - V0)];
Print["Impacted surface max velocity= ", ymax, ", min velocity = ", ymin];
ListPlot[Transpose[{TicTac, - (Vstr - V0)}], PlotJoined -> True,
  PlotRange -> {{0, (NT - 1) Tic}, {0, 1.1 ymax}}, GridLines → Automatic, Frame → True];
```

Abstract

The propagation of stress waves in heterogeneous media is complicated due to the reflection and refraction of the waves at the interfaces between the phases. Various wave analyses in periodic laminated composites under impact loading normal to the layers revealed severe oscillations of the stress pulse. Oved et al. (1978) identified strong oscillations of the stress pulse in a copper-PMMA laminated composite subjected to a one-dimensional impact conditions. Barker (1971) examined the oscillations of the stresses in a laminated composite and developed a model describing its overall response in analogy with the response of a viscous solid. In fact, as the characteristic size of the inhomogeneities is very small, the effective behavior of the composite resembles that of a homogeneous solid with an artificial viscous effect. In a recent study Zaretsky et al. (2003), who examined the behavior of a commercially graded epoxy reinforced composite under impact loading conditions, measured severe fluctuations of the velocity profile at the composites free-surface. These indicate that the stress waves are oscillating despite the fact that the size of the fibers is extremely small in comparison with the overall size of the specimen.

In this work we examine the sources for these fluctuations in the fine-microstructure composites. The problem of wave propagation in linear-elastic composites with a fixed volume fraction of the reinforcement is analyzed. The method of characteristics is used to simulate the impact. The response of composites with both uniform and non-uniform distributions of the reinforcement is examined in the limit when the size of the inhomogeneities become small. It is found that in this limit the overall behavior of the composite depends only on the form of the reinforcement distribution and not on the number of interfaces along the composite. The main characteristics of the experimental findings were captured when a non-uniform distribution of the reinforcement was assumed.

To accurately simulate the behavior of the composite samples a nonlinear viscoelastic constitutive model was assumed for the epoxy constituent. An agreement with the experimental results was attained by assuming that under dilatational loads the epoxy behaves according to the Mie-Gruneisen equation of state and the deviatoric behavior of the epoxy is approximated by the Newtonian viscous liquid model. The usage of a failure model was required to simulate the behavior of the composite samples during the higher velocity impacts. The widely accepted Nucleation and Growth (NAG) model of Seaman et al. (1976) was used. An ABAQUS-Explicit user defined subroutine was incorporated into the FE code to enable the usage of this model. Finally, the experimental results were simulated to a high degree of accuracy and the corresponding constitutive parameters which characterize the behavior of both the epoxy and the composite samples were determined.

BEN-GURION UNIVERSITY OF THE NEGEV
FACULTY OF ENGINEERING SCIENCES
DEPARTMENT OF MECHANICAL ENGINEERING

INFLUENCE OF MICRO STRUCTURE ON DYNAMIC RESPONSE OF COMPOSITES TO IMPACT LODING

Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the M.Sc. Degree

BY: MEIR MICHEL AZOULAY

JANUARY 2004

BEN-GURION UNIVERSITY OF THE NEGEV
FACULTY OF ENGINEERING SCIENCES
DEPARTMENT OF MECHANICAL ENGINEERING

INFLUENCE OF MICRO STRUCTURE ON DYNAMIC RESPONSE OF COMPOSITES TO IMPACT LODING

Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the M.Sc. Degree

BY: MEIR MICHEL AZOULAY

SUPERVISOR: Dr. GAL DEBUTTON

JANUARY 2004