שם: [illegible] ת.ז. [illegible]

08.09.2016

תרגיל 1

(א)

$$\frac{a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}}}{c^{\frac{1}{6}}} : \left(\frac{c^{-\frac{1}{2}}}{a^{-\frac{1}{3}} \cdot b^{-\frac{1}{3}}} \cdot \frac{a^{-\frac{5}{6}} \cdot c^{-\frac{2}{3}}}{b^{5/6}} \right) =$$

$$= \frac{a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}}}{c^{\frac{1}{6}}} \cdot \frac{a^{-\frac{1}{3}} \cdot b^{-\frac{1}{3}}}{c^{-\frac{1}{2}}} \cdot \frac{b^{5/6}}{a^{-5/6} \cdot c^{2/3}} =$$

$$= a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}} \cdot c^{-\frac{1}{6}} \cdot a^{-\frac{1}{3}} \cdot b^{-\frac{1}{3}} \cdot c^{\frac{1}{2}} \cdot b^{5/6} \cdot a^{5/6} \cdot c^{+\frac{2}{3}} =$$

$$= a^{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{5}{6}} \cdot b^{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{5}{6}} \cdot c^{-\frac{1}{6} + \frac{1}{2} + \frac{2}{3}} =$$

$$= a^{\frac{3-2+5}{6}} \cdot b^{\frac{3-2+5}{6}} \cdot c^{\frac{-1+3+4}{6}} = a^{\frac{6}{6}} \cdot b^{\frac{6}{6}} \cdot c^{\frac{6}{6}} =$$

$$= a \cdot b \cdot c$$

(ב)

$$4 \cdot \sqrt{7\tfrac{1}{2}} - \frac{2\sqrt{10}}{2\sqrt{3} - \sqrt{10}} = 4 \cdot \sqrt{\frac{15}{2}} - \frac{2\sqrt{10}\,(2\sqrt{3} + \sqrt{10})}{(2\sqrt{3} - \sqrt{10})(2\sqrt{3} + \sqrt{10})} =$$

$$= \sqrt{\frac{16 \cdot 15}{2}} - \frac{2\sqrt{10}\,(2\sqrt{3} + \sqrt{10})}{(2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{10})^2} = \sqrt{8 \cdot 15} - \frac{2\sqrt{10}\,(2\sqrt{3} + \sqrt{10})}{12 - 10} =$$

$$= \sqrt{4 \cdot 30} - \frac{2\,(2\sqrt{30} + 10)}{2} = 2\sqrt{30} - 2\sqrt{30} - 10 =$$

$$= -10$$

2 način

$$\left[\frac{10x^2+3ax}{4x^2-a^2}+\frac{bx-x^2-ax+ab}{2x+a}:(b-x)-2\right]\cdot(a^3+8x^3)^{-1}=$$

$$=\left[\frac{10x^2+3ax}{(2x+a)(2x-a)}+\frac{x(b-x)+a(b-x)}{2x+a}\cdot\frac{1}{b-x}-2\right]\cdot\frac{1}{(a^3+8x^3)}=$$

$$=\left[\frac{10x^2+3ax}{(2x+a)(2x-a)}+\frac{(b-x)(x+a)}{(2x+a)(b-x)}-2\right]\cdot\frac{1}{(a^3+8x^3)}=$$

$$=\left[\frac{10x^2+3ax}{(2x+a)(2x-a)}+\frac{x+a}{2x+a}-2\right]\cdot\frac{1}{(a^3+8x^3)}=$$

$$=\left[\frac{10x^2+3ax+(x+a)(2x-a)-2(4x^2-a^2)}{(2x+a)(2x-a)}\right]\cdot\frac{1}{a^3+8x^3}=$$

$$=\frac{10x^2+3ax+2x^2-ax+2ax-a^2-8x^2+2a^2}{(2x+a)(2x-a)}\cdot\frac{1}{a^3+8x^3}=$$

$$=\frac{(4x^2+4ax+a^2)}{(2x+a)(2x-a)}\cdot\frac{1}{(a^3+8x^3)}=$$

$$=\frac{(2x+a)^2}{(2x+a)(2x-a)(a+2x)(a^2-2ax+4x^2)}=$$

$$=\frac{1}{(2x-a)(a^2-2ax+4x^2)};\quad x\neq\pm\frac{a}{2},b$$

שאלה 3

$$\frac{x^2+5}{x}+1=\frac{42x}{x^2+5} \qquad ,x\neq 0$$

נסמן $\frac{x^2+5}{x}=t$ ואז $\frac{x}{x^2+5}=\frac{1}{t}$

נציב במשוואה ונקבל:

$$t+1=\frac{42}{t} \quad /\cdot t$$

$$t^2+t-42=0$$

$$t_1=6 \qquad t_2=-7$$

$$\frac{x^2+5}{x}=6$$

$$x^2+5=6x$$

$$x^2-6x+5=0$$

$$x_1=1 \quad , x_2=5$$

$$\frac{x^2+5}{x}=-7$$

$$x^2+5=-7x$$

$$x^2+7x+5=0$$

$$\Delta=7^2-4\cdot 5=29$$

$$x_{3,4}=\frac{-7\pm\sqrt{29}}{2}$$

שאלה 4

$$\sqrt{x+1}-\sqrt{9-x}=\sqrt{2x-12}$$

$$\sqrt{x+1}=\sqrt{2x-12}+\sqrt{9-x}$$

נעלה בריבוע:

$$x+1=2x-12+2\sqrt{(2x-12)(9-x)}+9-x$$

$$4 = 2\sqrt{(2x-12)(9-x)} \quad /:2$$

$$2 = \sqrt{2(x-6)(9-x)}$$

נעלה בריבוע שוב:

$$4 = 2(-x^2+15x-54) \quad /:2$$

$$2 = -x^2+15x-54$$

$$x^2-15x+56 = 0$$

$$x_1 = 7 \qquad x_2 = 8$$

נשים לב כי הפתרונות.

$x_1 = 7$: $\sqrt{8} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$ ✓

$x_2 = 8$: $\sqrt{9} - \sqrt{1} = 3 - 1 = 2$ ✓

תשובה: $x_1 = 7, \ x_2 = 8$

שאלה 5

$$\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{13}{6} \\ x+y = 5 \end{cases}$$

$x, y \neq 0$

נעלה את (1) בריבוע:

$$\frac{x^2+y^2}{xy} = \frac{13}{6}$$

נעלה את (2) בריבוע:

$$(x+y)^2 = 25$$

$$x^2 + 2xy + y^2 = 25$$

$$x^2+y^2 = 25-2xy$$

שאלה 3 סעיף (א):

$$\frac{25-2xy}{xy} = \frac{13}{6}$$

$$6\cdot 25 - 12xy = 13xy$$

$$6\cdot 25 = 25xy$$

$$xy = 6$$

קיבלנו מערכת משוואות:

$$\begin{cases} x+y=5 \\ xy=6 \end{cases}$$

שני מספרים שסכומם 5 ומכפלתם 6, הם המספרים 2 ו-3 (בכל סדר שהוא)

$$(2,3),\ (3,2)$$

סה"כ 6 נקודות

(ב)

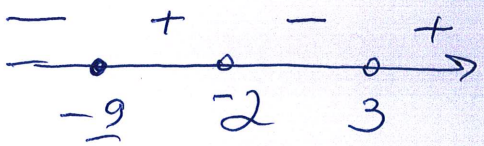
$$\frac{1}{x+2} \le \frac{3}{x-3}$$

$$\frac{1}{x+2} - \frac{3}{x-3} \le 0$$

$$\frac{x-3-3(x+2)}{(x+2)(x-3)} \le 0$$

$$\frac{-2x-9}{(x+2)(x-3)} \le 0 \quad /:(-1)$$

$$\frac{2x+9}{(x+2)(x-3)} \ge 0$$



תשובה:

$-\frac{9}{2} \le x < -2, \quad x > 3$

(ב)

$$|x^2-5x| < 6$$

נרחיק את הערכים קטן מ-6:

$$-6 < x^2-5x < 6$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} x^2-5x < 6 \\ x^2-5x > -6 \end{cases}$$

(1) $x^2-5x < 6$

$x^2-5x-6 < 0$

נקודות עזר:

$x^2-5x-6 = 0$

$x_1 = -1, \quad x_2 = 6$

$-1 < x < 6$

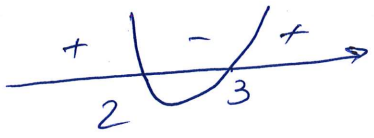
(2) ו"ד $x^2-5x > -6$

$x^2-5x+6 > 0$

נקודות עזר:

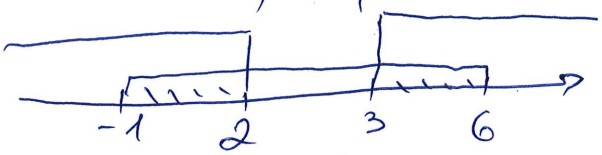
$x^2-5x+6 = 0$

$x_1 = 2 \quad x_2 = 3$



$x < 2, \quad x > 3$

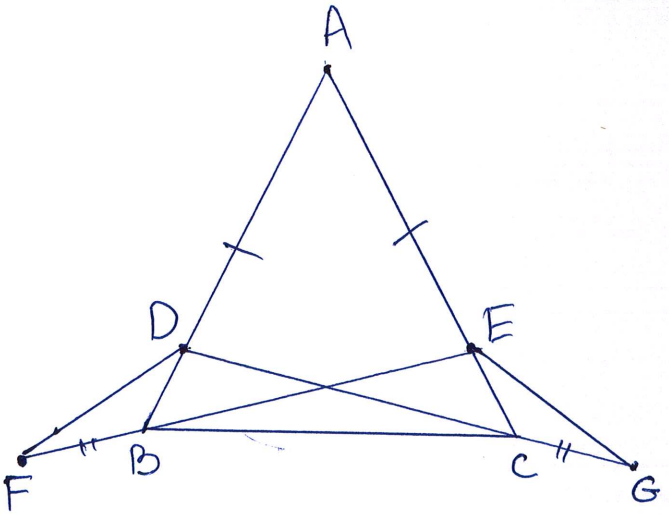
מיזוג בין התנאים:



תשובה:

$-1 < x < 2, \quad 3 < x < 6$

שאלה 7



נתון: המשולש ABC שווה שוקיים

$(3.s.3)\ \triangle ABE \cong \triangle ACD$

כי

$AB = AC$ נתון

$AE = AD$

$\angle A$ משותפת

ולכן גם:

$\angle ABE = \angle ACD$

$\Downarrow$

$\angle FBD = 180° - \angle ABE = 180° - \angle ACD = \angle GCE$

מצד שני,

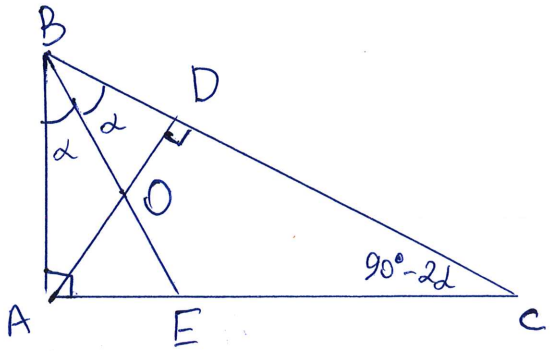
$BD = AB - AD = AC - AE = CE$

$(3.s.3)\ \triangle FBD \cong \triangle GCE$ ולכן,

$\Downarrow$

$FD = GE$

שאלה 8



(א) נתון $\angle ABE = \angle EBC = \alpha$

ולכן גם סכום הזוויות ב- $\triangle ABC$:

$\angle C = 90° - 2\alpha$

כדי להוכיח שהמשולשים דומים

$\triangle CDA \sim \triangle BDO$, כל הזוויות במשולשים

שוות בהתאמה. שתי זוויות שוות

$\angle ODB = \angle ACD$ במקרה,

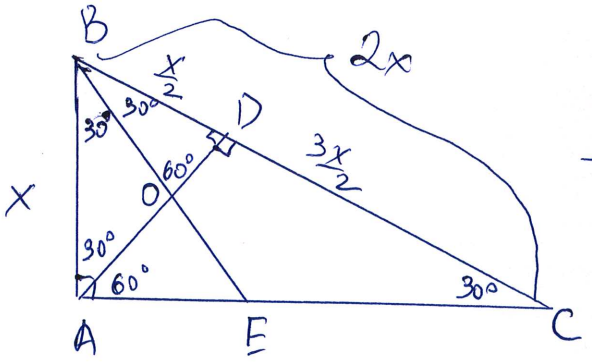
$\alpha = 30° \Leftarrow 3\alpha = 90° \Leftarrow \alpha = 90° - 2\alpha$ כלומר,

$\angle C = 90° - 2\alpha = 30°$ לכן

(ב) ל-$\triangle ABC$ יש זווית של $30°$ - $\angle C$.

במשולש ישר זווית בעל זוויות חדות של $30°$ ו- $60°$, ליד הזווית של $30°$ שוכנת הניצבת.

$AB = x \Leftarrow BC = 2x$ לפי



$\triangle ABD$ - ב, שווה

$$BD = \frac{1}{2}AB = \frac{x}{2} \Leftarrow$$

$$DC = BC - BD = 2x - \frac{x}{2} = \frac{3x}{2}$$

ו-

$$\triangle BDO \sim \triangle CDA$$

יחס הדמיון הוא

$$BD : CD = \frac{x}{2} : \frac{3x}{2} = 1:3$$

שטחים של משולשים דומים שווה ליחס הדמיון בריבוע, לכן

$$S_{\triangle BDO} : S_{\triangle CDA} = 1 : 9$$

שאלה 9

נתון: $180° < \alpha < 270°$, $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{8}{15}$

מצא בלי שימוש במחשבון:

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{15}{8}$$

$$1+ctg^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$$

$$\frac{1}{\sin^2\alpha} = 1+\left(\frac{8}{15}\right)^2 = 1+\frac{64}{225} = \frac{289}{225}$$

$$\sin^2\alpha = \frac{225}{289}$$

$180^\circ < \alpha < 270^\circ$ ב־ $\sin\alpha < 0$ כי

$$\sin\alpha = -\sqrt{\frac{225}{289}} = -\frac{15}{17}$$

$$ctg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

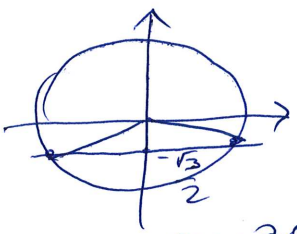
$$\cos\alpha = \sin\alpha \cdot ctg\alpha = \left(-\frac{15}{17}\right)\cdot\left(\frac{8}{15}\right) = -\frac{8}{17}$$

10 שאלה

פתרו את המשוואה $0^\circ < x < 360^\circ$ בתחום

$$2\sin(2x+30^\circ)+\sqrt{3}=0$$

$$\sin(2x+30^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$



נמצא את הזוויות שסינוסן $-\frac{\sqrt{3}}{2}$:

$$2x+30^\circ = -60^\circ+360^\circ k \quad \text{או} \quad 2x+30^\circ = 180^\circ-(-60^\circ)+360^\circ k$$

$$2x+30^\circ = 240^\circ+360^\circ k$$

$$2x = -90^\circ+360^\circ k$$

$$2x = 210^\circ+360^\circ k$$

$$x_1 = -45^\circ+180^\circ k$$

$$x_2 = 105^\circ+180^\circ k$$

$k = 0, \pm1, \pm2, \ldots$ כאשר

נמצא את הפתרונות בתחום הנתון: בפתרון הראשון נציב $k=1,2$

בפתרון השני נציב $k=0,1$

נקבל

$$x=135^\circ,\ x=315^\circ,\ x=105^\circ,\ x=285^\circ$$